

---

# **Untersuchungen zum Einfluss radialer Schmierölbohrungen auf die Zahnfußtragfähigkeit außenverzahnter Stirnräder**

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTORINGENIEURS  
(Dr.-Ing.)

vorgelegt  
der Fakultät für Maschinenwesen  
der Technischen Universität Dresden

von  
Dipl.-Ing. Thomas Liebig  
geboren am 20.09.1979 in Rochlitz

Gutachter:

- |  |              |
|--|--------------|
| 1. Herr Prof. Dr.-Ing. Berthold Schlecht       | (TU Dresden) |
| 2. Herr Prof. Dr.-Ing. habil. Thorsten Schmidt | (TU Dresden) |

Tag der Einreichung: 07.07.2014

Tag der Verteidigung: 19.02.2015



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Maschinenelemente der Technischen Universität Dresden unter der Leitung von Herrn Professor Dr.-Ing. Berthold Schlecht.

Große Teile der Arbeit wurden im Rahmen des Forschungsvorhabens Nr. 538 „Schmierölbohrung“ der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA) durchgeführt und von der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen e.V. (AiF) aus Mitteln des Bundesministeriums für Wirtschaft und Energie BMWi finanziell unterstützt. Hierfür sei herzlich gedankt.

Ich bedanke mich herzlich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Berthold Schlecht für die Betreuung und Begutachtung der Arbeit, für die Übernahme der Hauptprüfung sowie für sein Vertrauen in meine selbstständige Arbeit und seine wohlwollende Unterstützung bei der erfolgreichen Durchführung der Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Thorsten Schmidt (TU Dresden) danke ich für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse sowie für die freundliche Übernahme des Korreferates.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Michael Senf, dem Oberingenieur des Lehrstuhls, der mir das Thema der vorliegenden Arbeit als mögliches Tätigkeitsfeld vorschlug und die Arbeit durch vielfältige fachliche Diskussionen und Anregungen begleitete.

Mein Dank gilt ebenfalls den Kolleginnen und Kollegen des Lehrstuhls, welche zum Gelingen der Arbeit beitrugen, sei es durch fruchtbare Diskussionen oder tatkräftige Unterstützung. Insbesondere sei Herrn Robert Schröder für die zügige technische Unterstützung am Prüfstand des Lehrstuhls, auf dem die experimentellen Untersuchungen durchgeführt wurden, gedankt. Dieser Dank schließt auch eine ganze Reihe von Studenten ein, welche ich im Rahmen meiner Arbeit betreute, stellvertretend sei hier Herr Peter Kuchling genannt.

Ebenso möchte ich auch meiner Familie danken für die direkte und indirekte Unterstützung beim Anfertigen der Dissertation. Meiner Mutter danke ich für das stete Interesse an meiner Arbeit ebenso wie meinem Schwiegervater und diesem zusätzlich für das Wecken meines maschinenbaulichen Interesses.

Und schlussendlich gilt aus tiefstem Herzen mein Dank meiner Frau, die mir durch ihre unermüdliche Arbeit den Freiraum zum Schreiben dieser Dissertation ermöglichte und mich in manch schwierigen Situationen immer wieder motivierte. Dafür danke ich ihr und ebenso meinen drei Kindern!





# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>EINLEITUNG.....</b>	<b>1</b>
1.1	WISSENSCHAFTLICHE PROBLEMSTELLUNG .....	1
1.2	ZIELSETZUNG.....	1
<b>2</b>	<b>STAND DER TECHNIK UND DER BISHERIGEN FORSCHUNG.....</b>	<b>3</b>
2.1	KERBEN UND KERBWIRKUNG .....	3
2.1.1	Einzelkerben .....	3
2.1.2	Mehrfachkerben .....	4
<b>3</b>	<b>PRÄZISIERUNG DER AUFGABENSTELLUNG .....</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>NUMERISCHE UNTERSUCHUNGEN DER ZAHNRÄDER .....</b>	<b>7</b>
4.1	GRUNDLAGEN DER FINITE ELEMENTE METHODE .....	7
4.2	FEM-MODELLBILDUNG – ELEMENTTYPEN .....	8
4.3	PARAMETERSTUDIE – GRUNDLEGENDE UNTERSUCHUNGEN .....	10
4.3.1	Variation der Umfangslage der Bohrung.....	17
4.3.2	Zusammenfassung der Parametervariationen .....	19
4.4	UNTERSUCHUNGEN ZUM EINFLUSS DER ZAHNBREITE.....	22
4.5	UNTERSUCHUNG DES SPANNUNGSGRADIENTEN.....	23
4.6	EINFLUSS EINER FASE AM AUSLAUF DER BOHRUNG IM ZAHNGRUND .....	25
4.7	SCHMIERÖLBOHRUNG UND VERZÄHNUNGSMODIFIKATIONEN .....	27
<b>5</b>	<b>EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN.....</b>	<b>28</b>
5.1	ALLGEMEINE VORBEMERKUNGEN .....	28
5.1.1	Versuchsvorrichtung für Schwelllastversuche.....	30
5.1.2	Prüfvorrichtung für Wechsellastversuche.....	31
5.2	KONTROLLE DER BREITENLASTVERTEILUNG .....	33
5.2.1	Lastverteilung am Zahnkopf .....	34
5.2.1.1	2D-Kontaktrechnung – Ermittlung des Hebelarmes unter Last .....	35
5.2.1.2	3D-Kontaktrechnung – Breitenlastverteilung am Zahnkopf .....	36
5.3	AUSWERTUNG DER VERSUCHE .....	38
5.3.1	Zeitfestigkeitsgebiet.....	38
5.3.1	Dauerfestigkeitsgebiet .....	39
5.4	ERGEBNISSE DER EXPERIMENTELLEN UNTERSUCHUNGEN .....	42
5.4.1	Geometrievariationen .....	42
5.4.2	Untersuchung anderer Parameter .....	43
5.4.3	Einfluss des Werkstoffes .....	47
5.4.4	Ergebnisse der Wechsellastversuche.....	51
5.5	STREUUNG DER MESSERGEBNISSE .....	53
5.6	ERGEBNISSE DER WERKSTOFFTECHNISCHEN UNTERSUCHUNGEN .....	54

---

5.6.1	Ergebnisse für 18CrNiMo7-6.....	54
5.6.2	Ergebnisse für 16MnCr5.....	55
5.6.3	Ergebnisse für 42CrMo4.....	55
5.6.4	Ergebnisse für 31CrMoV9.....	55
5.6.5	Untersuchung des Bruchbildes .....	56
5.7	UNTERSUCHUNG DES EIGENSPANNUNGSZUSTANDES.....	57
5.7.1	Experimentelle Untersuchungen .....	57
5.7.2	Theoretische Untersuchung der Verteilung der Eigenspannungen .....	60
5.7.2.1	Ringmodell .....	62
5.7.2.2	L-Modell .....	66
5.7.2.3	Zahnlückenmodell .....	70
5.7.2.4	Zahnradsegmentmodell.....	73
<b>6</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG.....</b>	<b>77</b>
<b>7</b>	<b>AUSBLICK.....</b>	<b>80</b>
<b>8</b>	<b>LITERATUR.....</b>	<b>84</b>
<b>9</b>	<b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....</b>	<b>89</b>
<b>10</b>	<b>TABELLENVERZEICHNIS.....</b>	<b>91</b>
<b>11</b>	<b>ANHANG .....</b>	<b>92</b>

# Übersicht der Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen

## Lateinische Formelzeichen

$b_z$	mm	Verzahnungsbreite
$b_{Pl}$	mm	Breite der Auflageplatte
$d$	mm	Durchmesser (allgemein)
$d_B$	mm	Durchmesser der Schmierölbohrung
$d_f$	mm	Fußkreisdurchmesser
$h_{fa}$	mm	Biegehebelarm für Zahnfußbeanspruchung bei Kraftangriff am Zahnkopf
$\Delta h$	mm	Veränderung des Biegehebelarmes unter Last
$f_{Korr}$	-	Umrechnungsfaktor für die theoretische Zahnfußfestigkeit aus Pulsatorversuchen auf Laufversuche
$I$	-	Bohrungsindex
$K_A$	-	Anwendungsfaktor
$K_{dyn}$	-	Faktor für die Verlagerung des Lastangriffs unter Last
$K_{F\alpha}$	-	Stirnfaktor für Zahnfußbeanspruchung
$K_{F\beta}$	-	Breitenfaktor für Zahnfußbeanspruchung
$K_{H\beta}$	-	Breitenfaktor für Zahnflankenbeanspruchung
$K_V$	-	Dynamikfaktor
$m_n$	mm	Normalmodul
$p$	-	Anzahl der Planetenräder
$s_{Fn}$	mm	Zahnfußdicke
$s_K$	mm	Kranzdicke
$t$	mm	Tiefe (allgemein)
$t_g$	mm	Tiefe der Schleifkerbe
$Y_A$	-	Anwendungsfaktor für Wechsellast
$Y_{\sigma relT}$	-	relative Stützziffer
$Y_F$	-	Formfaktor für Kraftangriff am äußeren Einzeleingriffspunkt
$Y_{Fa}$	-	Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf
$Y_{OeB}$	-	Einflussfaktor der Schmierölbohrung
$Y_{RrelT}$	-	relativer Oberflächenfaktor
$Y_{Sg}$	-	Einflussfaktor der Schleifkerbe
$Y_S$	-	Spannungskorrekturfaktor

$Y_{Sa}$	-	Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf
----------	---	---

### Griechische Formelzeichen

$\beta$	-	Kerbwirkungszahl
$\rho_{a0}$	mm	Werkzeugkopfradius
$\rho_F$	mm	Fußausrundungsradius
$\rho_g$	mm	Schleifkerbenradius
$\sigma$	MPa	mechanische Spannung (allgemein)
$\sigma_F$	MPa	Zahnfußbeanspruchung
$\sigma_{F0-C}$	MPa	Zahnfußnennspannung nach DIN 3990, Methode C
$\sigma_{Bohr}$	MPa	Spannung an der Kante der Schmierölbohrung
$\sigma_{v,NSH}$	MPa	Vergleichsspannung nach der Normalspannungshypothese

### Abkürzungen

BE	Boundary Elemente
Eht	Einhärtetiefe
FE	Finite Elemente
Nht	Nitrierhärtetiefe
ZLM	Zahnlückenmitte
ZF	Zahnfuß

# 1 Einleitung

## 1.1 Wissenschaftliche Problemstellung

Die heutige Auslegung von Getrieben, die durch Leistungssteigerung bei gleichem Bauraum geprägt ist, führt zu immer höheren Zahnbelastungen. Dadurch werden vorhandene Reserven in der Beanspruchbarkeit der Zahnräder, insbesondere im Bereich der Zahnfußspannungen, immer stärker ausgenutzt. Dies ist nur bei genauer Kenntnis der Einflussgrößen auf die Tragfähigkeit möglich. Diese Einflussgrößen können stofflicher (Werkstofffestigkeit) oder konstruktiver Art sein. Neben den allgemeinen geometrischen Verzahnungsgrößen gehören auch Schmierölbohrungen im Zahngrund des Zahnrades im Sinne von Kerben zu den tragfähigkeitsmindernden Größen. Diese Schmierölbohrungen werden z. B. in Planetengetrieben in der Sonnenradverzahnung zur Schmierung des Eingriffs Planet-Sonnenrad verwendet sowie an Planetenrädern zur Schmiermittelversorgung der Planetenradlagerung.

Diese Schmierölbohrungen im Zahngrund stellen eine zusätzliche Kerbe dar, die sich mit der Kerbwirkung der Zahnfußausrundung überlagert. Ähnlich wie bei Schleifabsätzen an Verzahnungen kommt es dabei zu einer wesentlichen Erhöhung der Spannungskonzentration, welche mit einer deutlichen Senkung der Dauerfestigkeit verbunden sein kann [Spo]. Obwohl diese Schmierölbohrungen eine günstige Schmierung und Kühlung gewährleisten, können durch die bisher nicht genau berechenbare Belastbarkeitsgrenze Zahnfußbrüche mit der Folge des sofortigen Totalausfalles des Getriebes eintreten.

In Berechnungsstandards wie der DIN 3990 bzw. ISO 6336 finden heute Schmierölbohrungen im Sinne einer Doppelkerbe (wie z. B. ein Schleifabsatz) keine Berücksichtigung. [DIN1, ISO1]

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll geklärt werden, inwieweit die in diesem Fall vorliegenden Doppelkerben zu einem Absinken der Tragfähigkeit führen oder auch – bei optimaler Wahl der Geometrieparameter – zu einer Erhöhung der Tragfähigkeit beitragen können.

## 1.2 Zielsetzung

Das Forschungsziel der vorliegenden Arbeit ist die Klärung des Einflusses von radialen, im Zahngrund auslaufenden Schmierölbohrungen auf die Zahnfußtragfähigkeit durch theoretische und experimentelle Untersuchungen. Es werden Formeln entwickelt, die ohne zeitaufwändige Berechnungen eine sichere Beurteilung des

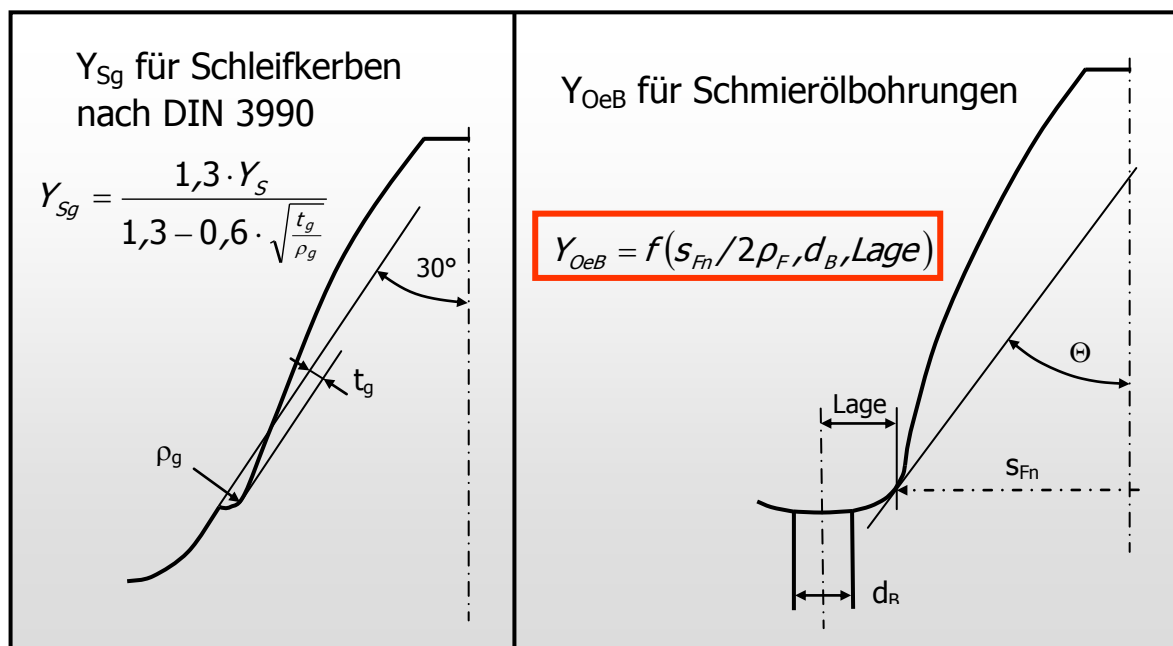
Einflusses von Schmierölbohrungen auf die Zahnfußtragfähigkeit ermöglichen. Dazu wird ein Einflussfaktor  $Y_{OeB}$  ermittelt, welcher die einfache Integration in vorhandene Berechnungsstandards erlaubt. Als Vorlage dient dabei die Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit nach DIN 3990 / ISO 6336, die durch diesen Faktor ergänzt werden kann.

Neben experimentellen Versuchen zum Einfluss der geometrischen Größen Zahnfuß-ausrundungsradius und Bohrungsdurchmesser werden auch verschiedene Parameter wie die Kranzdicke, zusätzliche Torsionsbelastungen (z. B. an Sonnenwellen), die Wärmebehandlung und die Belastungsart (Schwell- oder Wechsellast) berücksichtigt. Durch theoretische Untersuchungen wird weiterhin die Möglichkeit einer „entlastenden“ Schmierölbohrung geprüft.

Die verallgemeinerten Beziehungen werden als Einflussfaktor der Form

$$Y_{OeB} = f\left(\frac{s_{Fn}}{2\rho_F}, d_B, Lage\right) \quad (1.1)$$

aufgearbeitet. Die Vorgehens- und Betrachtungsweise erfolgt dabei in Anlehnung an den Faktor  $Y_{Sg}$  für Schleifkerben.



**Abbildung 1: Definition des Einflussfaktors für Schmierölbohrungen  $Y_{OeB}$  in Anlehnung an  $Y_{Sg}$  für Schleifkerben**

## **2 Stand der Technik und der bisherigen Forschung**

### **2.1 Kerben und Kerbwirkung**

#### **2.1.1 Einzelkerben**

Kerben lassen sich nach ihrer Entstehungsursache in konstruktivbedingte, werkstoffbedingte, fertigungsbedingte und fügebedingte Ursachen unterscheiden ([Thu1], [Rad]).

Unter „geometrische Kerben“ fallen im Rahmen der Bauteilfestigkeit und bei Tragfähigkeitsberechnungen alle Arten von meist konstruktiv bedingten plötzlichen Querschnittsänderungen, wie sie im Bereich von Wellen z. B. in Form von Wellenabsätzen, Sicherungsring- oder Passfedernuten sowie Gewinden und Freistichen auftreten. Auch bei Verzahnungen kommt es zu solch geometrischen Kerben, wozu neben dem Zahnfuß z. B. Schleifabsätze und auch radiale Schmierölbohrungen gehören.

Zu den werkstoffbedingten Kerben gehören u. a. Lunker und andere materielle Inhomogenitäten des Gefüges. Diese Werkstoffübergänge stören den Kraftfluss auf der Gefügeebe und bilden so mögliche Anrissorte. Im Falle von plastischen Verformungen kommt es an solchen Fehlstellen zudem zum Aufstau von Versetzungen, was zur lokalen Verfestigung des Werkstoffes führt. Dies erhöht zwar die Zugfestigkeit des Materials, durch den entstehenden mehrachsigen Spannungszustand kommt es jedoch auch zur erhöhten Gefahr eines spröden Materialversagens.

Fertigungsbedingte Kerben umfassen u. a. die Mikrorillen der Oberfläche, welche beim Drehen entstehen. Ein Beispiel für die Kerben auf Grund von Fügeverfahren sind Schweißnähte, deren lokal spannungserhöhende Wirkung ebenso in den Bereich der Mikrokerben fällt.

Allgemein führen Kerben zu einer Ablenkung des ungestörten Kraftflusses in einem Bauteil und damit zu Abweichungen vom elementar berechenbaren Spannungsverlauf. Es kommt zu mehrachsigen Spannungszuständen und Beanspruchungskonzentrationen, welche die Entstehung von Rissen begünstigen. Maßgebliche Faktoren sind hierbei für geometrische Kerben, die Gegenstand dieser Untersuchung sind, der Krümmungsradius im Kerbgrund, die Kerbtiefe oder bei Zahnwellen die Flankenwinkel (z.B. [Hän, Neu, Die]).

### 2.1.2 Mehrfachkerben

Neben der Wirkung einzelner Kerben kommt es bei ungenügendem Abstand zweier Kerben zu einer Überlagerung der Kerbwirkung. Bedingt durch die komplexe Geometrie der meisten Bauteile im Maschinenbau sowie die hohen Anforderungen an einen möglichst geringen Bauraum ist dies in der Praxis ein sehr häufig auftretendes Phänomen. Durch die Vielzahl der Kombinationen solcher sogenannter Mehrfachkerben ist eine Betrachtung meist nur für den jeweiligen Einzelfall sinnvoll. Generell gilt: Kommt es zu einer Überschneidung des Bereichs des gestörten Spannungsverlaufs zweier Kerben, spricht man von einer Überlagerung der Kerbwirkungen. Verschiedene Untersuchungen haben hierbei gezeigt, dass zusätzliche Kerben sowohl eine Spannungserhöhung als auch eine spannungsmindernde Wirkung haben können. Bisher gab es keine Untersuchungen zu Schmierölbohrungen im Zahngrund, da es sich um ein spezielles Problem handelt, welches erst mit der Anwendung solcher Bohrungen in Ritzelwellen mit geringer Kranzdicke in Planetengetrieben an Bedeutung gewann. Die Bohrung kann dort der Ausgangspunkt für einen Anriss in der Randschicht und das Versagen des Zahnrades sein.

Bisherige Untersuchungen bezüglich Überlagerungskernen konzentrierten sich bei Wellen auf die Kerbwirkung von Wellenabsätzen, Längsnuten, Sicherungsringnuten sowie bei Zahnrädern auf die Wirkung von Schleifkerben [Die, Kul, FH5, Cor, Hei, Per, Spo].

Zur Behandlung von Mehrfachkerben veröffentlichte Herold schon 1937 Messergebnisse von Proben unter wechselnder Torsionsbelastung [Her]. Die Proben hatten kleine Abmessungen ( $d = 7$  bis  $12$  mm) mit Spitzkerben ( $r = 0,05$  mm;  $t = 0,1$  mm) und Querbohrung ( $d = 1,5$  mm) bei gleichzeitiger Korrosion. Die Ergebnisse zeigten, dass die resultierende Kerbwirkungszahl bei jeder Kombination der Einzelkerben größer ist als die größte der angewandten Kerbwirkungszahlen allein, zugleich aber immer kleiner als ihr Produkt. Diese Ergebnisse wurden später im Jahr 1959 mit Verwendung von Proben (als Kerbkombination aus Querbohrungen, scharfen Kerben und Einfluss von Korrosion) bei wechselnder Biegung von Dolan, Vagapov und anderen bestätigt [Dol, Vag]. Vagapov empfahl zur Berechnung der Kerbwirkungszahl einer Mehrfachkerbe folgende Beziehung:

$$\beta_{k,res} = \beta_{k,R} + m * (\beta_{k,r} - 1) \quad (2.1)$$

Mowbray führte 1953 Untersuchungen an Proben mit Mehrfachkerben zur Bestimmung der Formzahlen mit Hilfe von Dehnmessstechnik durch [Mow]. Er stellte fest, dass die Formzahlen einer Mehrfachkerbe in bestimmten Fällen kleiner als die einer Einzelkerbe sind (Entlastungskernen). Seine Ergebnisse wurden von Vagapov



und Vicentini mit Hilfe der Spannungsoptik bestätigt [Vag, Vic]. Moszynski schlug zudem 1953 eine Näherungsformel zur Berechnung der Kerbwirkungszahl einer Mehrfachkerbe vor [Mos]:

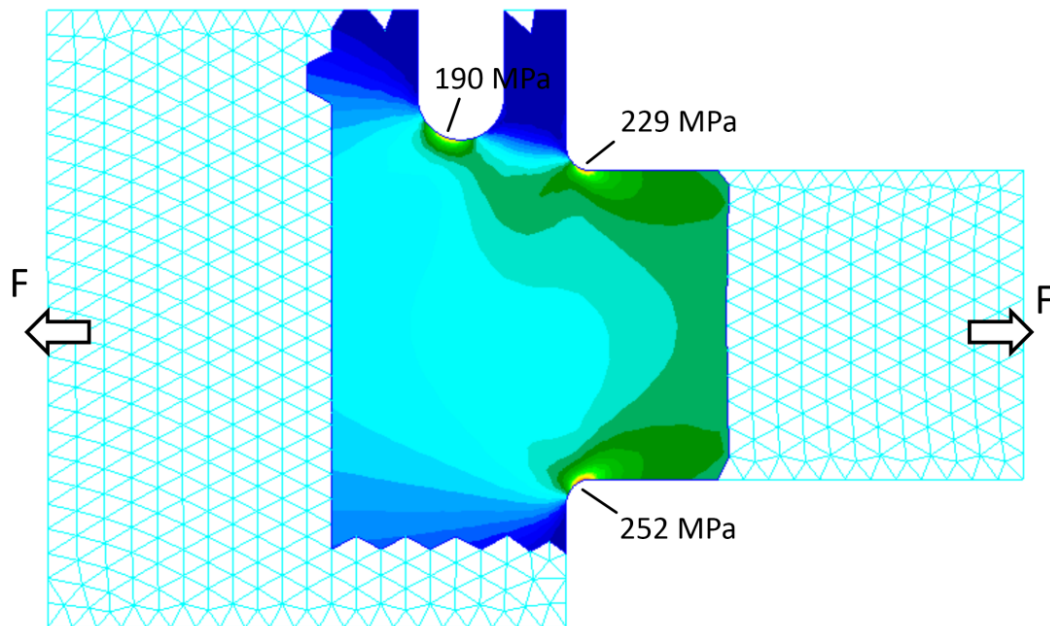
$$\beta_{k_{res}} = 1 + (\beta_{k1} - 1) + (\beta_{k2} - 1) \quad (2.2)$$

Zu Überlastungs- und Entlastungskernen gibt es auch Arbeiten von Thum [Thu1]. Durchdringende bzw. benachbarte Kerben wurden von Svenson und Perseke untersucht, im Besonderen der Einfluss des Abstandes zwischen den Kerben bezüglich ihrer entlastenden bzw. erhöhenden Wirkung [Sve, Per]. Mit der Spannungserhöhung am Rande von Bohrungen beschäftigte sich Sawin [Saw]. Untersuchungen zu Entlastungskernen stammen von Grekoussis, Judt, Mayr und Mayer-Eschenbach [Gre, Jud, May1, May2]. Nach Judt vermindert sich die Spannungskonzentration durch Zusatzkerben, wenn einem niedriger beanspruchten Bereich eine höhere Spannung aufgezwungen wird und somit die Spannungsverteilung gleichmäßiger ist [Jud]. Für eine gezielte Entlastung müssen dabei folgende Voraussetzungen gegeben sein:

- Die Entlastungskerbe liegt möglichst nahe an der Hauptkerbe.
- An der Entlastungskerbe muss eine Spannungsspitze auftreten bzw. einem niedriger beanspruchten Bereich muss eine höhere Beanspruchung aufgezwungen werden.
- Die Entlastungskerbe ist im Gebiet niedriger Spannungen platziert, wobei die ersten beiden Punkte erfüllt sein müssen.
- Die optimale Wirkung ist erreicht, wenn die Spannungsspitzen in beiden Kerben gleich sind.

Abbildung 2 zeigt, wie eine solche Entlastungskerbe wirken kann: Durch die zusätzliche Nut an der Bauteiloberseite wird die Spannung am Absatz um fast zehn Prozent gesenkt. Der Spannungsplot zeigt dabei auch die Verlagerung der Spannungen in der oberen Hälfte des Bauteils im Kerbbereich.

Die allgemeine Wirkung der Kombination von benachbarten Kerben (meist Entlastungskernen) wurde von Neuber und Thum untersucht [Neu, Thu2].



**Abbildung 2: Abgesetzter Flachstab unter Zug mit einseitiger Entlastungskerbe**

### 3 Präzisierung der Aufgabenstellung

Zur Berücksichtigung des Einflusses von Schmierölbohrungen im Zahngrund sind folgende Teilaufgaben zu betrachten:

1. In theoretischen Untersuchungen wird mit Hilfe von Finite-Elemente (FE) - Rechnungen der Einfluss des Zahnfußausrundungsradius und des Bohrungsdurchmessers auf die örtliche Zahnfußspannung ermittelt und es wird der Einfluss der Zahnradbreite, der Kranzdicke und der Wellenverdrehung untersucht. Des Weiteren werden Einflussparameter wie die Umfangslage der Bohrung untersucht und Kontaktberechnungen zur Verlagerung des Lastangriffspunktes sowie dem Einfluss der Prüfvorrichtung durchgeführt. Stichprobenartig wird auch der Einfluss einer Fase am Auslauf der Bohrung im Zahngrund betrachtet. In einer letzten Untersuchungsreihe wird die Verteilung der Eigenspannungen im Zahngrund der Zahnräder qualitativ ermittelt und die Auswirkungen der Schmierölbohrung auf die Eigenspannungsverteilung betrachtet.
2. Die experimentellen Untersuchungen dienen der Verifizierung der FE-Berechnungen und umfassen zunächst die unter 1. genannten Untersuchungen für ausgewählte Parameter. Zusätzlich werden experimentell die Wirkungen von Einflussgrößen untersucht, die einer theoretischen Behandlung nur schwer zugänglich sind: Rauheit und Härtung der Bohrung,

kugelgestrahlter Zahngrund und Wechselbelastung (z. B. Planetenrad) statt Schwellbelastung (z. B. Sonnenritzel)

## **4 Numerische Untersuchungen der Zahnräder**

### **4.1 Grundlagen der Finite Elemente Methode**

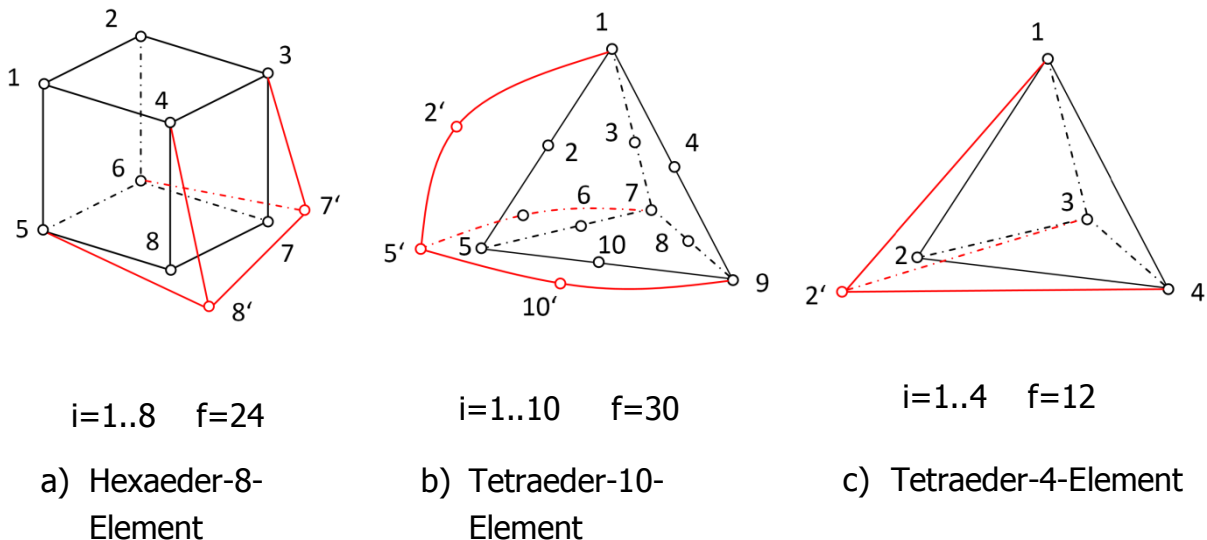
Sowohl im Bereich der Forschung als auch in der Industrie ist der Einsatz numerischer Lösungsverfahren wie der Boundary-Element-Method (BEM, auf deutsch Randelementemethode) oder insbesondere der FEM nicht mehr wegzudenken. Dabei reicht der Einsatz von der Berechnung von Spannungsverteilungen in Bauteilen über Gestaltoptimierungen bis hin zu Schwingungsanalysen. Dank der rasanten Entwicklung der Leistungsfähigkeit der Rechentechnik in den letzten Jahrzehnten sind heute auch sehr komplexe Bauteile hinreichend genau vernetz- und analysierbar. Dadurch werden Bauteile in zunehmendem Maße bereits während des Konstruktionsprozesses hinsichtlich ihres Beanspruchungsverhaltens überprüft, ihre Form optimiert und potentielle Probleme im späteren Einsatz minimiert. Auf diesem Weg können sowohl die Entwicklungszeit als auch die Entwicklungskosten reduziert werden.

Bedingt durch ihren breiten Einsatz sind zum Thema der FEM sehr viele Veröffentlichungen erschienen. Zu den numerischen Grundlagen sei daher auszugsweise auf folgende Arbeiten verwiesen: [Frö, Bet, Mei, Mül, Rie und Kle].

Auch wenn die Fortschritte bei den FEM-Programmen insbesondere im Bereich der Präprozessoren in jüngster Vergangenheit sehr groß waren, ist die Erstellung guter FEM-Modelle nach wie vor ein sehr zeitintensives Problem, da insbesondere die Vernetzung des Bauteils großen Einfluss auf die Ergebnisse hat. Aus diesem Grund ist eine gründliche Verifizierung des Modells unerlässlich und eine kritische Hinterfragung der Ergebnisse stets angeraten. Zugleich sollte – wann immer möglich – ein Vergleich der FEM-Spannungen mit Spannungsmesswerten an realen Bauteilen angestrebt werden. Denn nach wie vor ist die Schlussfolgerung von den theoretisch ermittelten Spannungswerten an Bauteilen auf deren reales Schädigungsverhalten ein immer wiederkehrendes Problem. Mit Hilfe der FEM können Spannungskonzentrationswerte ermittelt werden, die Kerbwirkung unterscheidet sich davon jedoch noch durch die numerisch nicht direkt ermittelbare Stützwirkung.

## 4.2 FEM-Modellbildung – Elementtypen

Übliche FEM-Untersuchungen an Verzahnungen lassen sich oft bereits über ebene Modelle abbilden. Durch die Schmierölbohrung liegt hier jedoch ein Problem vor, welches ein räumliches FEM-Volumenmodell unumgänglich macht. Aus diesem Grund werden im Anschluss die wichtigsten 3D-Elementtypen kurz vorgestellt, die in Abbildung 3 dargestellt sind.



**Abbildung 3: FEM-Elementtypen**

Das bei der Vernetzung durch den im Rahmen der vorliegenden Arbeit programmierten Präprozessor benutzte Element ist das Hex-8-Element. Dabei handelt es sich um ein sechseckiges, quaderförmiges Volumenelement mit 8 Knoten an den Eckpunkten, welche jeweils drei Verschiebungsmöglichkeiten besitzen. Hieraus ergibt sich ein linearer Lösungsansatz für den Elementtyp, dessen Steifigkeitsmatrix die Größe  $24 \times 24$  hat. Besitzt das Element sein optimales Seitenverhältnis von 1:1:1, dann ist auch seine Steifigkeit in alle Richtungen exakt identisch.

Dieser Elementtyp eignet sich sehr gut zur Nutzung bei der Programmierung von Präprozessoren, da er als Vorteil die Möglichkeit bietet, sehr homogene Netze aufzubauen. Dem steht der Zwang gegenüber, dass das zu vernetzende Bauteil sich in isometrische, d. h. sechsflächig begrenzte und quaderförmige Teilkörper zerlegen lassen muss. Zudem bedingt der lineare Ansatz eine Approximation krummlinig begrenzter Körper.

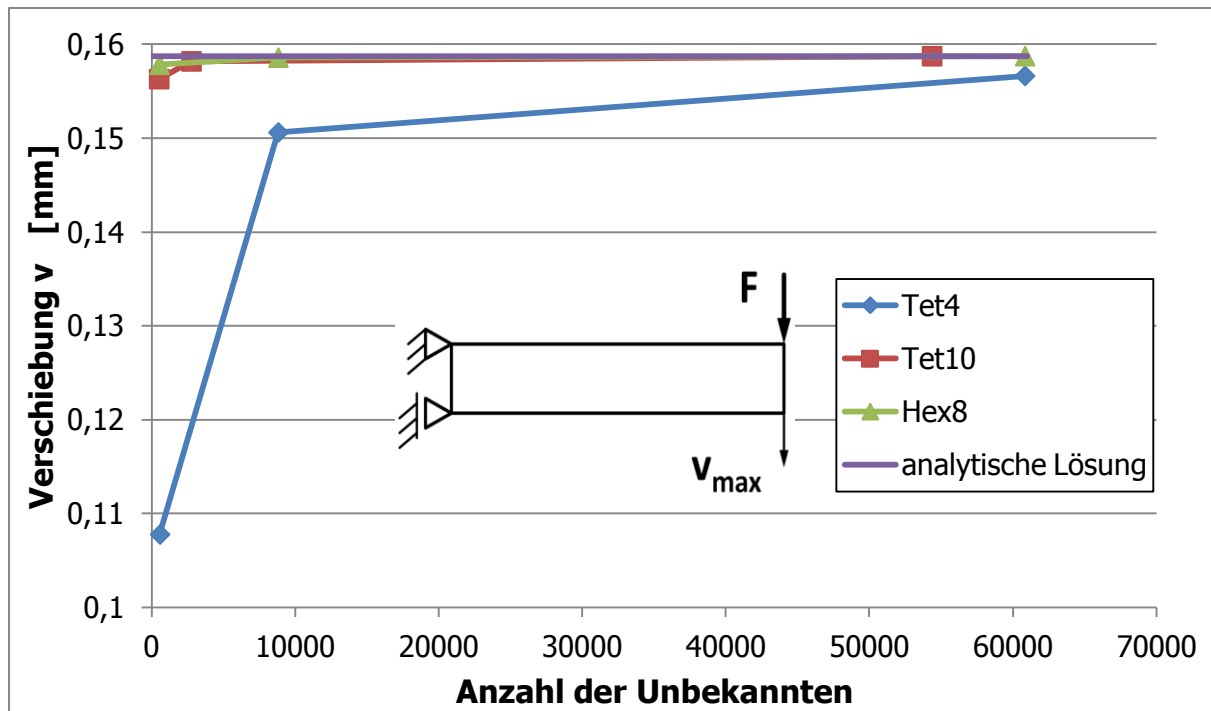
Der sehr oft von automatischen Präprozessoren benutzte Tet-Elementtyp (Tetraeder-Element) existiert sowohl mit einem linearen Lösungsansatz in Form des Tet-4-Elementes als auch als sehr häufig benutztes Tet-10-Element mit einem

quadratischen Ansatz. In letzterem Fall besitzt es neben den vier Knoten an den Eckpunkten noch sechs weitere Zwischenknoten, die sich jeweils auf den Seiten befinden. Da alle Knoten wiederum über drei Verschiebungen verfügen, ergibt sich eine Steifigkeitsmatrix der Größe  $30 \times 30$ . Zudem erlaubt der Zwischenknoten die Nutzung von drei Stützpunkten entlang jeder Kante, wodurch sich ein Polynom 2. Grades exakt definieren lässt.

Auf Grund dieser Eigenschaften lassen sich mit Hilfe von Tet-10-Elementen auch nahezu beliebig kompliziert geformte Volumenkörper sehr exakt abbilden. Zudem erlaubt dieser Elementtyp gegenüber dem Hex-8-Element einen wesentlich schnelleren Übergang in der Vernetzungsdichte. Dies wird für die sogenannte h-Methode, die lokale Erhöhung der Vernetzungsdichte an besonders relevanten Bereichen des zu untersuchenden Bauteils, benutzt. Im Gegensatz zur p-Methode, bei der lokal der Polynomgrad der benutzen Elemente angepasst wird, sind hierbei kürzere Rechenzeiten möglich, wenn zur Berechnung von lokalen Spannungen eine bessere Elementierung benötigt wird.

Ebenfalls auf einem Tetraeder aufbauend ist das Tet-4-Element, welches jedoch nur einen linearen Ansatz nutzt. Es besitzt vier Eckknoten mit jeweils drei Verschiebungsfreiheitsgraden sowie daraus resultierend eine Steifigkeitsmatrix von  $12 \times 12$ . Wie schon beim Tet-10-Element ist ein Vorteil dieses Elementtyps, dass sich nahezu jede beliebige Geometrie durch Tetraeder approximieren lässt, wegen der fehlenden Zwischenknoten ist jedoch beim Tet-4-Typ wie schon beim Hex-8-Element die Abbildungsgenauigkeit bei krummlinig begrenzten Körpern stärker begrenzt. Die Ergebnisqualität wird allgemein in der Literatur als sehr gering angenommen, was sich aus der Kombination des Lösungsansatzes und der Grundform des Elementes ergibt.

Wie in Abbildung 4 dargestellt, liegt die Ergebnisqualität der Hexaederelemente bei einer gleichen Zahl von Unbekannten nahe der der Tetraederelemente mit Zwischenknoten, der Typ ohne Zwischenknoten fällt deutlich ab. Die Anzahl der Unbekannten ist dabei ein Wert für die Feinheit der Vernetzung.



**Abbildung 4: Ergebnisqualität für verschiedene FEM-Elementtypen**

### 4.3 Parameterstudie – grundlegende Untersuchungen

Die grundlegenden theoretischen Untersuchungen für die vorliegende Arbeit werden in Form einer Parameterstudie mit Hilfe der FEM durchgeführt. Dabei dient eine Grundvariante (s. Abbildung 5) als Ausgangspunkt für die Variation der Größen (s. Tabelle 1, Grundvariante mit Symbol ● gekennzeichnet).

Die Vorgehensweise der Beschreibung der Kerbgeometrie der Verzahnung mit dem Kerbparameter  $s_{Fn}/2\rho_F$  wird hinsichtlich ihrer Gültigkeit für mit Protuberanzwerkzeug vorgefrästen Verzahnungen durch entsprechende FE-Berechnungen (in Tabelle 1 mit Symbol □ gekennzeichnet) bestätigt.

Der Abgleich der Werkzeugdaten mit einem Profilplot der fertigen Prüfräder zeigt, dass deren Profilverschiebung mit  $x = 0,102$  und ihre Kopfkürzung mit  $k = 0,298$  ausgeführt wurden. Die Datenblätter der Fräser sowie der Abgleich mit dem Profilplot sind im Anhang enthalten (s. Anhang 6 bis 9, Seiten 99 bis 102).

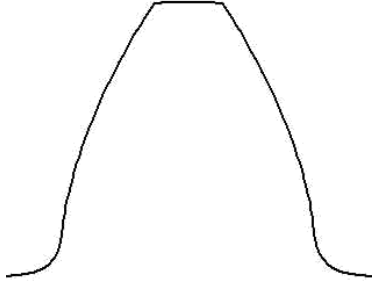
Die Daten für die Verzahnungswerkzeuge werden so festgelegt, dass der gesamte Bereich zwischen einer Zahnfußausrundung „scharf gekerbt“ ( $\rho_{a0}/m_n = 0,02$ ) und „voll ausgerundet“ ( $\rho_{a0}/m_n = 0,47$ ) abgedeckt wird. Der praktische Bereich der Auslegung ist damit einbezogen.

**Tabelle 1: Varianten für die theoretische Untersuchung**

Einfluss		Schmierölbohrung				Elastizität Radkranz			Torsion der Ritzelwelle/ Zahnbreite				
<sup>1</sup> Zahnfuß „scharf ge- kerbt“  <sup>2</sup> Zahnfuß „voll ausgerundet“		Bohrungsdurchmesser d <sub>B</sub> [mm]				Kranzdicke s <sub>K</sub> [mm]			Ritzelbreite b [mm]				
		0	1,5	2,5	3,5	3·m <sub>n</sub>	5·m <sub>n</sub>	Vollr.	b/d	0,25	0,6	1	
									b	30	72	120	
Wkzg.-Kopfabrundung ρ <sub>α0</sub> /m <sub>n</sub>	0,02 <sup>1</sup>	●	●	●	●				Wellenlänge l [mm]	0	●	●	●
	0,12	●	●	●	●					30			
	0,25	● □	● □	● □	● □					60			
	0,3	●	●	●	●	●	●	(●)		80			
	0,4	● □	● □	● □	● □					90			
	0,47 <sup>2</sup>	●	●	●	●					120	●		
Vollrad ● Grundvariante mit Wz A gefertigt □ Grundvariante mit Wz B gefertigt						d <sub>B</sub> = 2,5 mm			ρ <sub>α0</sub> /m <sub>n</sub> = 0,3 d <sub>B</sub> = 2,5 mm  s <sub>K</sub> = 3·m <sub>n</sub>				

Im ersten Schritt der Parameterstudie werden die Kerbspannungen infolge der Zahnfußausrundung und der radialen Bohrung in elastischen 3D-FE-Modellen bestimmt. Die Variation der Parameter kann der Tabelle 1 entnommen werden. Dabei werden die Größen Zahnradbreite, Kranzdicke und Wellenverdrehung so gewählt, dass ihr Einfluss vernachlässigbar ist. Im zweiten Schritt der Parameterstudie werden die Einflüsse der Zahnradbreite, der Kranzdicke und einer zusätzlichen Torsionsbelastung an ausgewählten Verzahnungsgeometrien ermittelt.

Diese Vorgehensweise stellt sicher, dass im Ergebnis der Untersuchungen ein Faktor zur Berechnung der örtlichen Zahnfußspannung bereitgestellt werden kann, der den Einfluss des Kerbparameters, des Bohrungsdurchmessers und der Lage beinhaltet und zusätzlich durch weitere Parameter den Einfluss der Kranzdicke, der Zahnradbreite und der Wellenverdrehung berücksichtigt. Andererseits ist es so möglich, Grenzwerte anzugeben, bei denen die örtliche Zahnfußspannung unabhängig vom jeweiligen Einfluss ist. Ein Beispiel dafür ist die Kranzdicke.

Grundvariante			 <p>Kontur nach Werkzeug A</p>
Zähnezahl	$z$	24	
Normalmodul	$m_n$ [mm]	5,0	
Eingriffswinkel	$\alpha_n$ [°]	20	
Schrägungswinkel	$\beta$ [°]	0	
Profilverschiebung	$x$	0,102	
KopfkreisØ	$d_a$ [mm]	134	
Zahnbreite	$b$ [mm]	35	
Kranzdicke	$s_k$ [mm]	$5 \cdot m_n$	
Werkzeug A (BP II )	● <sup>1)</sup>		
Kopfhöhenfaktor	$h_{aP0}/m_n$	1,25	
Werkzeug B (Protuberanz)	□ <sup>1)</sup>		
Kopfhöhenfaktor	$h_{aP0}/m_n$	1,4	

**Abbildung 5: Verzahnungsgeometrie der Grundvariante (<sup>1)</sup> Kennzeichnung in Tabelle 1)**

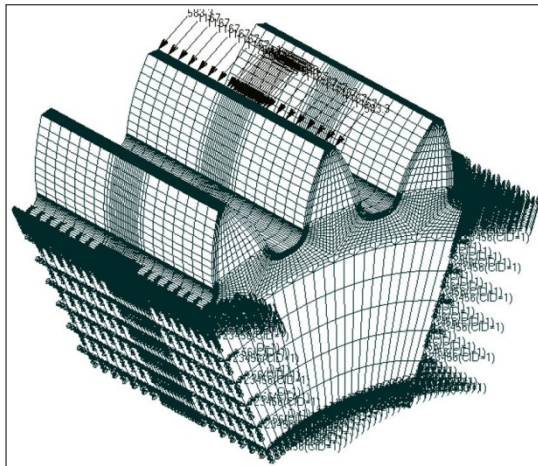
Der Aufwand für die Erstellung der 3D-Modelle ist hoch, da besonders der Bereich der Zahnfußausrundung und Bohrung mit Hexaeder-Elementen schwierig zu vernetzen ist. Aus diesem Grund wird die Programmierung eines Präprozessors notwendig, da nur dieser eine sinnvolle und vor allem reproduzierbare Vernetzung besonders im Übergangsbereich zwischen Zahnfußausrundung und Bohrung ermöglicht.

Abbildung 6 zeigt ein Beispiel des generierten FE-Modells samt den Randbedingungen, wobei insbesondere die Vernetzung um die Bohrung von Interesse ist, welche unter b) dargestellt ist. Die Zahnnormalkraft wird als konstante, am Zahnkopf angreifende Linienlast aufgebracht, während die Knoten am Innendurchmesser des Zahnkranzes wie auch an dessen seitlichen Flächen fest eingespannt werden. Die feinere Vernetzung in Tiefenrichtung im Randschichtbereich im Zahnfuß dient der Ermittlung des Spannungsgradienten und sorgt für eine homogenere Spannungsverteilung.

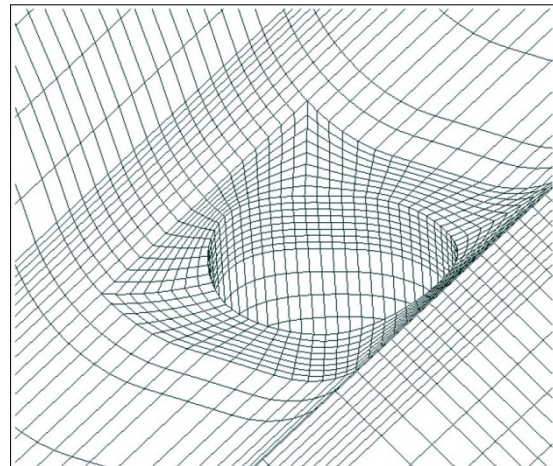
Es wird eine Parameterstudie durchgeführt, wobei die Tabelle 1 einen Überblick über die Varianten gibt. Neben einer Variation der Zahnfußausrundung und des Bohrungsdurchmessers wird in einer weiteren Untersuchung die Lage der Bohrung in Umfangsrichtung verändert, wobei die Grenzen der Variation so gewählt werden, dass die Bohrung den Fußformkreis noch nicht berührt. Es zeigt sich, dass für die drei betrachteten Fußausrundungsradien (resultierend aus  $\rho_{a0}/m_n = 0,12, 0,3$  und



0,4) eine Lage der Bohrungsachse auf dem Berührungspunkt der 30°-Tangente diese Bedingung gut erfüllt. Damit kann sichergestellt werden, dass der evolventische Bereich der Zahnflanke durch die Bohrung nicht verletzt wird. Lediglich im Falle des scharf gekerbten Zahnfußes muss auf Grund dieser Bedingung die Lagevariation eingeschränkt werden.



a) Gesamtmodell



b) Vernetzung im Bohrbereich

**Abbildung 6: FE-Modell des Präprozessors**

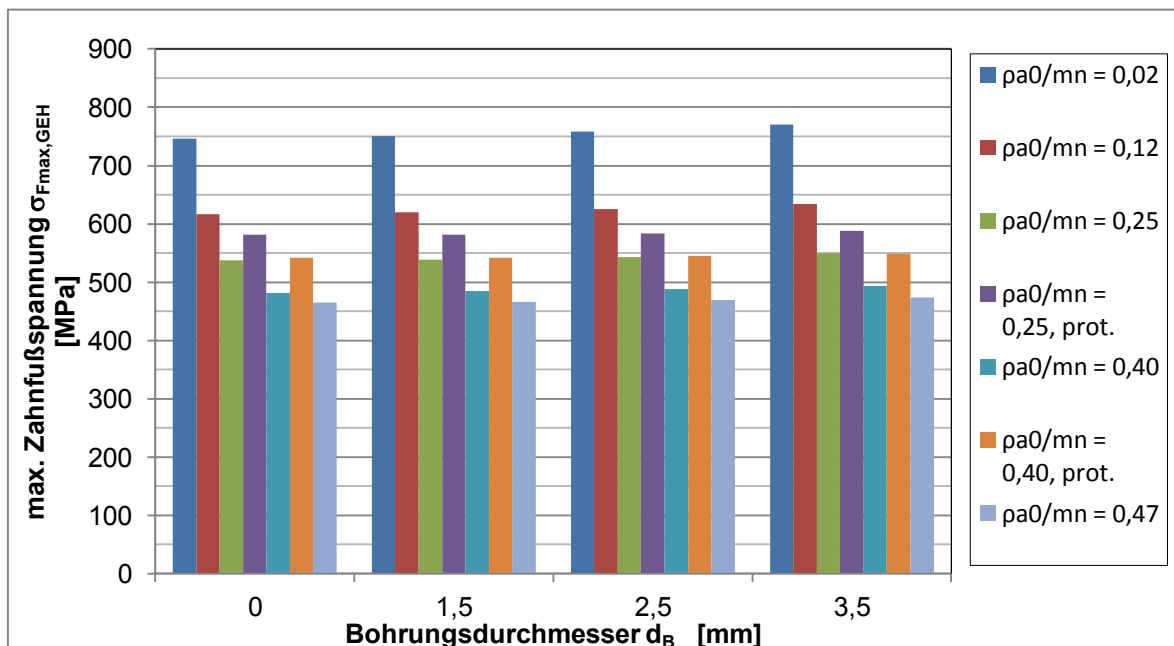
Da der Präprozessor für die Erstellung der für die Umfangslagevariation benötigten Modelle nicht geeignet ist, erfolgt die Erstellung dieser FE-Modelle mittels per CAD-Programm erstellten und im FEM-Programm importierten Volumenmodellen. Zur Vernetzung wird in diesem Fall auf eine automatische Vernetzung mittels Tetraederelementen zurückgegriffen, wobei mit Tet-10-Elementen solche mit Zwischenknoten gewählt werden und in allen relevanten Bereichen manuell die Netzdichte vorgegeben wird. Ausgewählte Ergebnisplots für die Parametervariationen befinden sich im Anhang.

Die in Abbildung 7 sowie Tabelle 2 dargestellten Ergebnisse der FE-Analyse für den linken Teil von Tabelle 1 zeigen, dass eine mittig im Zahngrund sitzende Bohrung bei den verwendeten Verzahnungs- und Bohrungsparametern nur einen relativ geringen Einfluss auf die Spannungskonzentration im Zahnfußgebiet hat. Varianten mit einer sehr scharfen Zahnfußkerbe (z. B. bei  $\rho_{a0}/m_n = 0,02$ ) reagieren dabei sogar geringfügig stärker auf die Existenz einer Schmierölbohrung.

Für die Variante mit  $\rho_{a0}/m_n = 0,02$  steigen die Maximalspannungen  $\sigma_{v,GEH}$  von 746 MPa auf 770 MPa um 3,2 Prozent, für  $\rho_{a0}/m_n = 0,47$  ändern sich die Beanspruchungen von 465 MPa auf 474 MPa – dies entspricht 1,9 Prozent.

**Tabelle 2: Ergebnisse der FEM-Variationsrechnung**

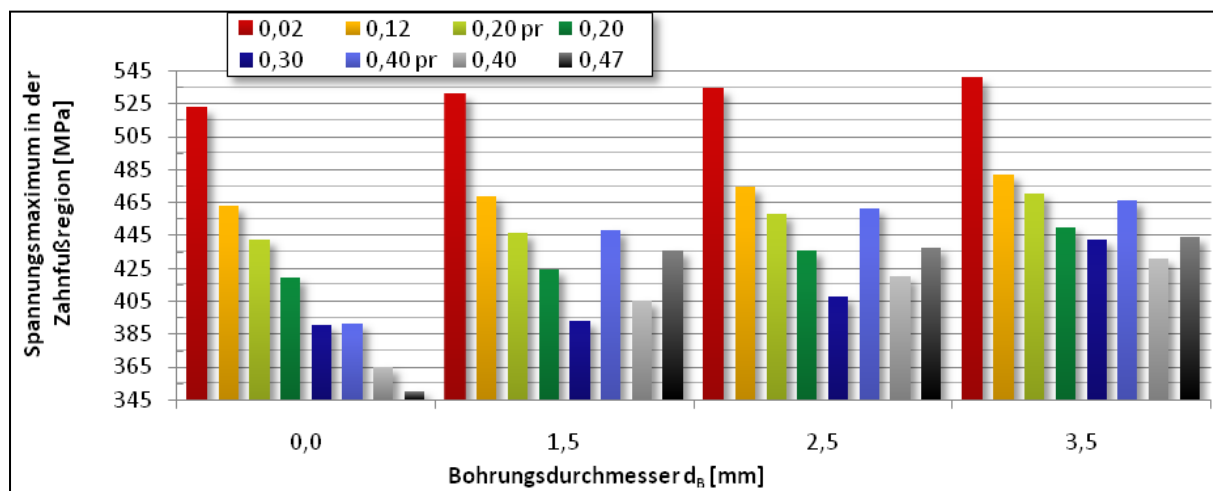
$d_B$ [mm]	$\sigma_{v,GEH}$ [MPa]			
	0	1,5	2,5	3,5
$\rho_{a0}/m_n=0,02$	746	750	758	770
$\rho_{a0}/m_n=0,12$	617	620	625	634
$\rho_{a0}/m_n=0,25$	537	539	543	550
$\rho_{a0}/m_n=0,25$ prot.	581	581	584	588
$\rho_{a0}/m_n=0,40$	482	485	488	494
$\rho_{a0}/m_n=0,40$ prot.	542	542	545	548
$\rho_{a0}/m_n=0,47$	465	466	469	474

**Abbildung 7: Ergebnisse der FEM-Variationsrechnung**

Weitere Untersuchungen mit einer anderen, für den praktischen Einsatz ebenfalls relevanten Zahnform, deren Ergebnisse in Abbildung 8 dargestellt sind, zeigen jedoch, dass eine positive Profilverschiebung deutlich größere Spannungskonzentrationswerte erzeugt. Die zugehörigen Verzahnungsparameter sind in Tabelle 3 dargestellt. Der Grund hierfür ist die abnehmende Größe der Zahnücke, wodurch es bei gleichem Durchmesser der Bohrung zu einer stärkeren Überlagerung der Kerbwirkungen kommt.

**Tabelle 3: Verzahnungsparameter der alternativen Zahnform**

Zähnezahl	$z_1$	[-]	24
Profilverschiebungsfaktor	$x$	[mm]	0,4
Kopfkürzungsfaktor	$k$	[-]	0
Werkzeugkopfabrundungsradius	$\rho_{a0}/m_n$	[-]	0,02 ... 0,47
Zahnbreite	$b$	[mm]	35

**Abbildung 8: Ergebnisse der FEM-Untersuchungen an der alternativen Zahnform [Kuc]**

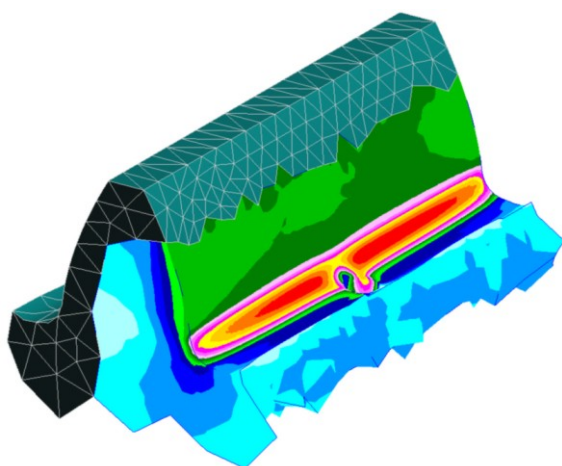
Prinzipiell lässt sich für beide Zahnformen übereinstimmend erkennen, dass die absolute Höhe der Spannungsmaxima mit zunehmendem Werkzeugkopfabrundungsradius  $\rho_{a0}$  abnimmt, so dass ein möglichst gut ausgerundeter Zahnfuß optimal ist. Die Verwendung eines Protuberanzwerkzeuges erzeugt in allen Fällen deutlich höhere Werte für die maximale örtliche Zahnfußspannung. Dies lässt sich mit der geringeren Zahnfußdicke  $s_{Fn}$  begründen. Die Spannungserhöhung durch die Bohrung liegt jedoch immer unter dem Wert der Variante ohne Protuberanzwerkzeug. Grund hierfür ist der größere Abstand der Bohrung vom Zahnfuß durch den Protuberanzbetrag.

Ein Kranzeinfluss kann für die berechneten Parametervariationen nahezu ausgeschlossen werden, da die Differenz der Maximalspannungen zwischen der Variante „Vollrad“  $s_K = 8 \cdot m_n$  und dem Standardfall  $s_K = 5 \cdot m_n$  nahezu Null sowie gegenüber der Variante „dünner Zahnkranz“  $s_K = 3 \cdot m_n$  weniger als ein Prozent beträgt.

Die bisherigen Untersuchungsvarianten unterliegen alle bedingt durch ihre Einspannung an den Schnittflächen und der Fläche am Innendurchmesser des Rades einer reinen Biegebeanspruchung des Zahnes. Dies entspricht der üblichen Lastsituation an

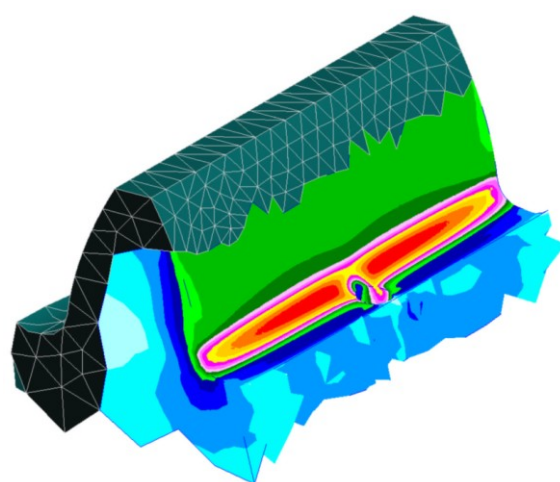
Planetenrädern. An Sonnenritzeln von Planetengetrieben kommt zu dieser Biegebeanspruchung jedoch noch eine Torsionsbelastung des Radkörpers hinzu, da das Drehmoment in axialer Richtung neben der Verzahnung ein- oder ausgeleitet wird. Bei der Untersuchung zum Einfluss dieser Torsionsbelastung der Ritzelwelle zeigt sich, dass die Länge des Wellenstumpfes keinen Einfluss auf die Spannungsverteilung im Zahnfußgebiet hat.

Grundsätzlich wird durch die Torsion aber eine ungleichmäßige Verteilung der Spannungen im Zahnfuß erzeugt, die durch die Überlagerung der Biegebeanspruchung des Zahnes mit der Torsionsbeanspruchung des Radgrundkörpers entsteht. Wie in der Abbildung 9 dargestellt, ergibt sich für das Modell unter Torsionsbelastung eine geringere Maximalspannung als für das Modell unter ausschließlicher Biegebelastung des Einzelzahnes. In Abbildung 9 a) ist das FE-Modell nur seitlich eingespannt, in Abbildung 9 b) erfolgt die Einspannung des Modells am Innendurchmesser des Zahnrades.



a) Torsion der Welle und Biegung des Zahnes

$$\sigma_{Fmax} = 458 \text{ MPa}$$



b) Biegung des Zahnes

$$\sigma_{F,max} = 473 \text{ MPa}$$

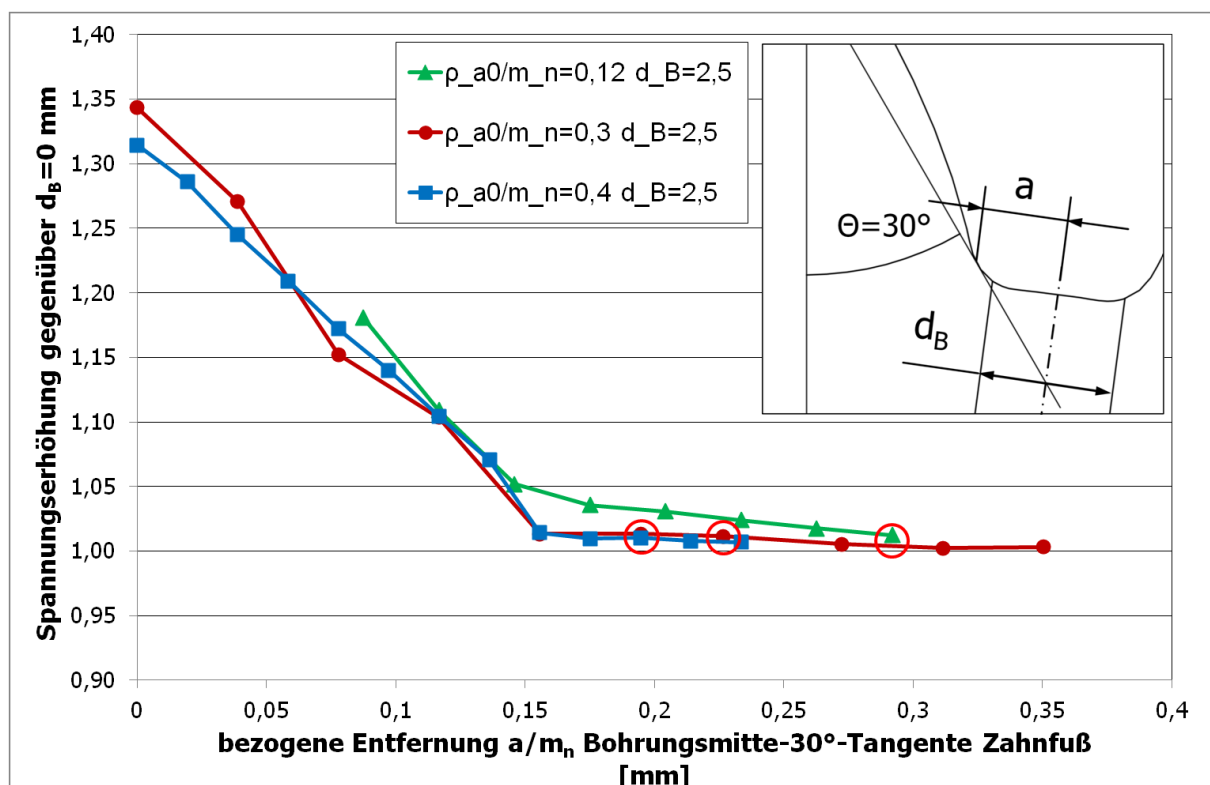
**Abbildung 9: Ergebnisse der Untersuchung des Torsionseinflusses**

Der Grund für die unterschiedlichen Spannungsverteilungen der beiden Modelle liegt in der anderen Steifigkeitsverteilung des jeweiligen FEM-Modells. Während beim Biegemodell durch die Einspannung des Zahnkranzes an der Bohrung die Verdrillung des Radkörpers verhindert wird, ist diese beim Torsionsmodell zulässig. Dadurch wird dem Bereich nahe der eingespannten Stirnfläche (s. Abbildung 9 a, rechte Zahnhälfte) eine höhere Spannung aufgezwungen, während die restlichen Bereiche, bei denen zur Nachgiebigkeit des Zahnes noch die Torsionsnachgiebigkeit des Grundkörpers kommt, entlastet werden. Da das globale Spannungsmaximum jedoch

weiterhin im Bereich nahe der Bohrung liegt, kommt es zu einer Verminderung der Absolutwerte der Beanspruchung an dieser Stelle. Diese Erkenntnis ist relevant, da die Schmierölbohrungen häufig an Sonnenritzelwellen in Planetengetrieben eingesetzt werden, wo ebendiese Überlagerung von Torsion der Welle und Biegung des Zahnes bei allen Bauformen durch die Anbindung der Sonnenwelle an einer Stirnseite an das Umfeld der Planetenstufe stattfindet.

#### 4.3.1 Variation der Umfangslage der Bohrung

Die Abbildung 10 stellt die Ergebnisse der Umfangslagevariation dar, wobei für alle drei Zahnfußgeometrien die Lage der Bohrung exakt in Zahnlückenmitte mit einem Kreis markiert ist. Übereinstimmend zeigt sich bei allen drei Untersuchungsreihen, dass erst ab einem bezogenen Abstand der Bohrungssachse vom Berührungspunkt der 30°-Tangente von etwa  $a/m_n = 0,15$  eine deutliche Erhöhung der Spannungskonzentration zu verzeichnen ist. Abweichungen der Bohrungslage in Umfangsrichtung unterhalb dieses Wertes bewirken hingegen nur geringfügige Erhöhungen der Maximalspannung.

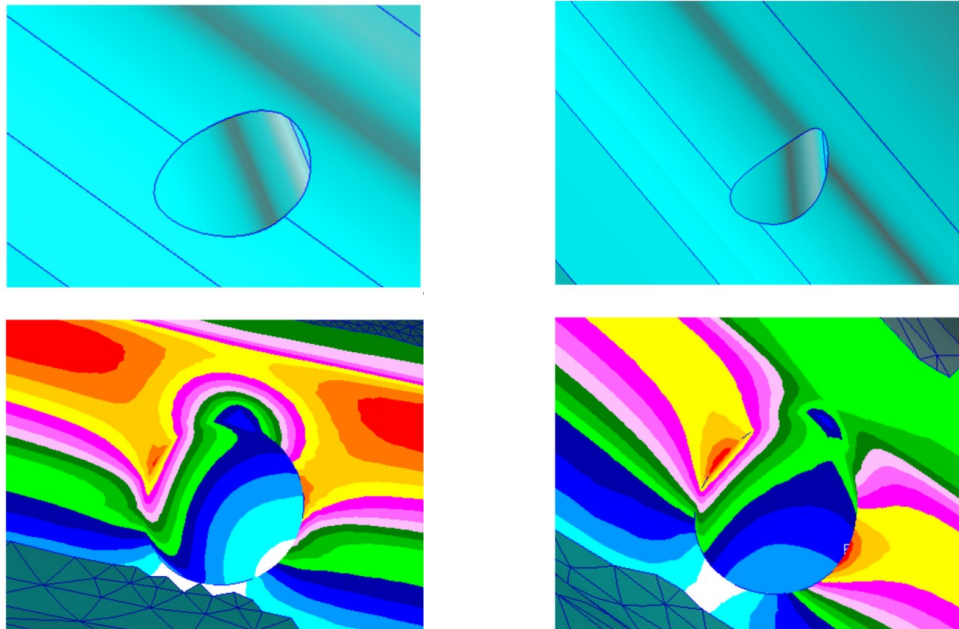


**Abbildung 10: Auswertung der Umfangslagevariation der Bohrung**

Die Begründung für dieses Verhalten ist, dass die Spannungsmaxima bei nahezu symmetrischer Bohrungslage im Bereich der Zahnfußausrundung nahe der



30°-Tangente zu finden sind (siehe Abbildung 11 a). Ab einem bestimmten Grad der Überlagerung kommt es jedoch zu einer Verlagerung des Spannungsmaximums an die Kante der Bohrung wie in Abbildung 11 unter b) dargestellt.



a) Bohrungs- und Spannungslage symmetrisch in Zahnflankenmitte: oben Geometrie, unten Spannungsverteilung

b) Bohrungs- und Spannungslage symmetrisch in Zahnflankenmitte auf der 30°-Tangente: oben Geometrie, unten Spannungsverteilung

**Abbildung 11: Bohrungs- und Spannungslagen**

Mit dieser Verlagerung geht ein starker Anstieg des örtlichen Beanspruchungsmaximums einher. Das Herausrücken der Bohrung aus dem belasteten Zahnfuß erzeugt hingegen keine weitere Absenkung des Spannungsniveaus, was übereinstimmend für die beiden Varianten mit  $\rho_{ao}/m_n = 0,3$  und  $\rho_{ao}/m_n = 0,4$  gezeigt werden konnte. Daher wird für  $\rho_{ao}/m_n = 0,12$  als letzte untersuchte Variante auf diesen Punkt verzichtet. Die Ergebnisse sind in Zahlenform in Tabelle 4 angegeben, wobei die Lage der Bohrung in der Zahnflankenmitte wiederum hervorgehoben ist (fett markiert). Die Werte für die bezogene Bohrungs- und Spannungslage  $a/m_n$  sind dabei theoretisch ermittelte Werte, die sich aus der gewählten Schrittweite der Lagevariation und den geometrischen Randbedingungen ergeben (Durchmesser  $d_B$  der Bohrung, Zahnflankenweite, Lage des Berührungspunktes der 30°-Tangente).

Signifikant ist die Höhe der maximalen Auswirkungen der Bohrung auf die Zahnfußspannung im Falle der ungünstigsten untersuchten Umfangslage ( $a/m_n = 0$ ). Für diese Varianten wurden Spannungskonzentrationen festgestellt, die fast 35 Prozent über dem ungestörten Spannungsniveau liegen. Daraus folgt eine Absenkung der Zahnfußtragfähigkeit um ca. ein Drittel bei ungünstiger Umfangslage

der Bohrung. Die Lage der Bohrung sollte also mit entsprechend engen Toleranzen versehen werden, um Zahnfußbrüche auf Grund von Fertigungsabweichungen bei der Bohrungslage zu verhindern. Die Freimaßtoleranzen sind hierfür nicht in jedem Fall ausreichend.

**Tabelle 4: Zahlenwerte der Umfangslagevariation**

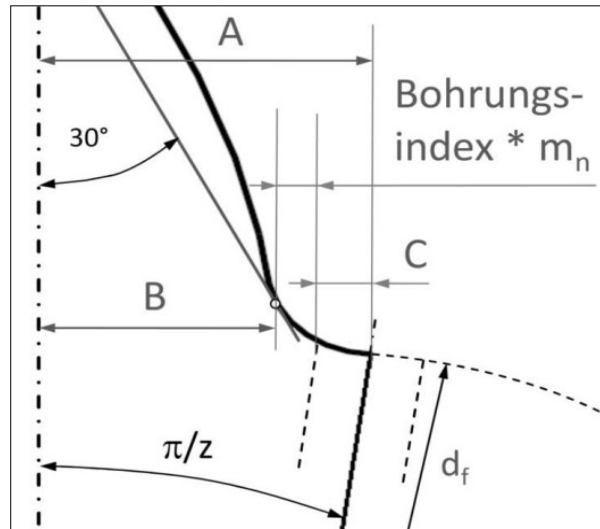
$\rho_{ao}/m_n = 0,12$ $d_B = 2,5 \text{ mm}$		$\rho_{ao}/m_n = 0,3$ $d_B = 2,5 \text{ mm}$		$\rho_{ao}/m_n = 0,4$ $d_B = 2,5 \text{ mm}$	
$a/m_n$	$S_{v,NSH} \text{ [MPa]}$	$a/m_n$	$S_{v,NSH} \text{ [MPa]}$	$a/m_n$	$S_{v,NSH} \text{ [MPa]}$
<b>0,2920</b>	<b>538,2</b>	0,4673	440,9	0,2336	410,4
0,2628	540,9	0,4283	439,8	0,2141	410,8
0,2336	544,5	0,3894	440,4	<b>0,1946</b>	<b>411,7</b>
0,2044	547,9	0,3504	442,8	0,1752	411,5
0,1752	550,7	0,3114	442,4	0,1557	413,4
0,1460	559,2	0,2725	443,8	0,1362	436,3
0,1168	589,6	<b>0,2266</b>	<b>446,4</b>	0,1168	450,2
0,0876	627,7	0,1946	447,3	0,0973	464,6
		0,1557	447,3	0,0778	477,7
		0,1168	487,1	0,0584	492,8
		0,0778	508,6	0,0389	507,4
		0,0389	560,8	0,0195	524,2
		0	593,0	0	535,7
Referenzwert für $d_B=0 \text{ mm}$	531,7	Referenzwert für $d_B=0 \text{ mm}$	441,4	Referenzwert für $d_B=0 \text{ mm}$	407,6

#### 4.3.2 Zusammenfassung der Parametervariationen

Die Auswertung der Variationsrechnungen zur Zahnfuß- und Bohrungsgeometrie liefert zwei Feststellungen:

1. Auf Grund der Unterschiede der Lage des Spannungsmaximums entweder im Zahnfußgebiet oder an der Bohrungskante ist die Angabe einer einzelnen Näherungsfunktion für die Ermittlung des Bohrungseinflusses nicht sinnvoll.
2. Betrachtet man beide Phänomene getrennt, sind jedoch sinnvolle Näherungsgleichungen für beide Fälle angebar. Das Unterscheidungskriterium  $I_{ZF}$  ist am Ende dieses Abschnitts erläutert (s. Formel 4.7).

Bei in Umfangsrichtung nahezu symmetrischen Bohrungslagen hat der Zahnfußausrundungsradius nur einen geringen Einfluss auf die Spannungserhöhung, die Zahn-lückenweite, die Entfernung der Bohrung vom Berührungspunkt der 30°-Tangente und der Durchmesser der Schmierölbohrung sind in diesem Fall die maßgeblichen Parameter (s. Abbildung 12). Aus diesen drei Komponenten lässt sich eine Näherungsfunktion bilden, deren Auswertung für die verschiedenen Zahnfuß-geometrien die Bildung einer Regressionsfunktion ermöglicht.



**Abbildung 12: Definition des Bohrungsindex I**

$$A = \frac{d_f}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{z}\right) \quad (4.1)$$

$$B = \frac{s_{Fn}}{2} \quad (4.2)$$

$$C = \frac{d_B}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z}\right) \quad (4.3)$$

$$I = \frac{A - (B + C)}{m_n} \quad (4.4)$$

Für den Bohrungsindex I bei Lage der Bohrung in der Zahnlückenmitte (ZLM) ergibt sich damit folgende Berechnungsformel:

$$I_{ZLM} = \frac{\frac{d_f}{2} \sin\left(\frac{\pi}{z}\right) - \left(\frac{s_{Fn}}{2} + \frac{d_B}{2} \cos\left(\frac{\pi}{z}\right)\right)}{m_n} \quad (4.5)$$

Für die Regression eignet sich eine Potenzfunktion, womit sich für die Ermittlung des Einflusses der Schmierölbohrung auf die Spannungskonzentration folgende Formel ermitteln lässt:

$$Y_{OeB,theor,ZLM} = 0,9843 \cdot I_{ZLM}^{-0,019} \quad (4.6)$$



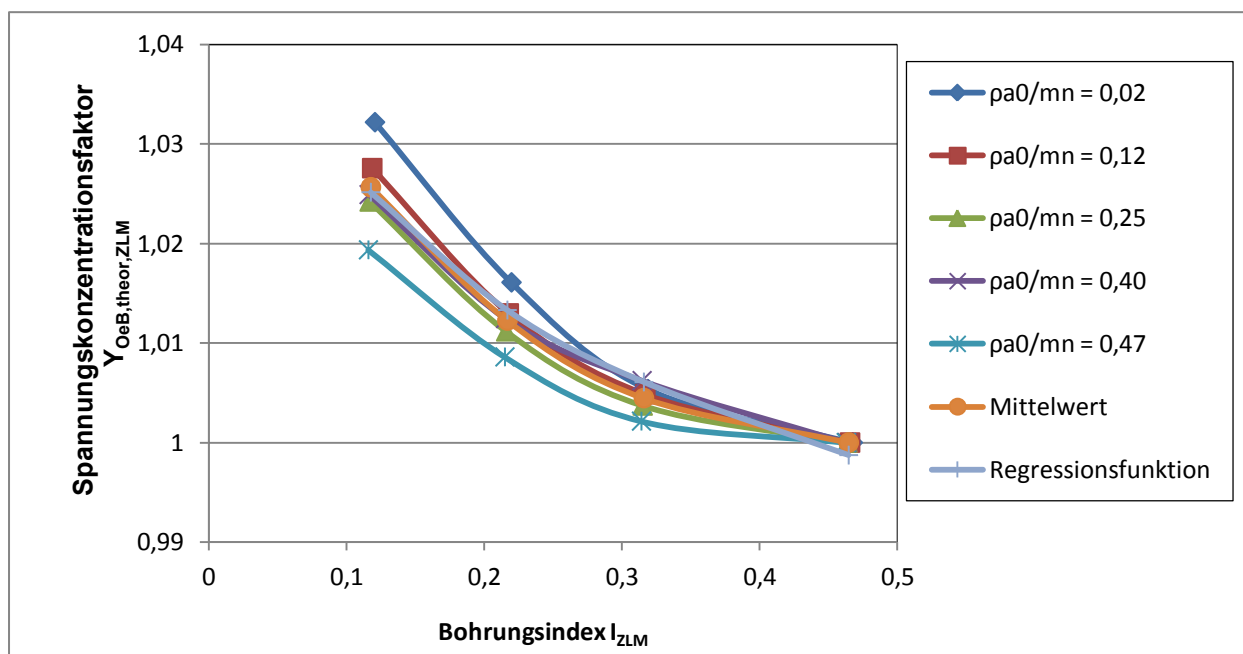
Die Ergebnisse der Auswertung sind in Abbildung 13 dargestellt.

Sobald sich durch eine zu starke Überlagerung der Kerbwirkungen von Zahnfuß und Bohrung das Spannungsmaximum an die Bohrungskante verlagert, kommt es bei einer weiteren Verschiebung der Bohrung in Richtung des belasteten Zahnfußes zu einem nahezu linearen Anstieg der Spannung.

Erweitert man den Bohrungsindex noch um den Einfluss des Zahnfußausrundungsradius, so ergeben sich folgende Näherungsfunktionen:

$$I_{ZF} = \frac{\frac{d_f}{2} \sin\left(\frac{\pi}{z}\right) - \left(\frac{s_{Fn}}{2} + \frac{\rho_{Fn}}{2} + \frac{d_B}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z}\right)\right)}{m_n} \quad (4.7)$$

$$Y_{OeB,theor,ZF} = -1,95 \cdot I_{ZF} + 0,83 \quad (4.8)$$



**Abbildung 13: Ergebnisauswertung der Parametervariation für die Bohrung in der Zahnlückenmitte**

Für die untersuchten Verzahnungen erfolgt der Wechsel der Lage des Spannungsmaximums unterhalb des Grenzwertes  $I_{ZF} = -0,1$ . Ab diesem Wert für den Bohrungsindex  $I_{ZF}$  sollte die Näherungsformel für  $Y_{OeB,theor,ZF}$  genutzt werden. Bei größeren Werten liegt die Bohrung weit genug in der Zahnlückenmitte, so dass die Formeln (4.5) und (4.6) zu nutzen sind. Die Ergebnisse der beiden Formeln (4.7) und (4.8) im Vergleich zu den Resultaten der Umfangslagevariation sind in Abbildung 15 zu sehen.

Bei der Ermittlung von  $Y_{OeB,theor}$  ist folgendes Schema zu verwenden:

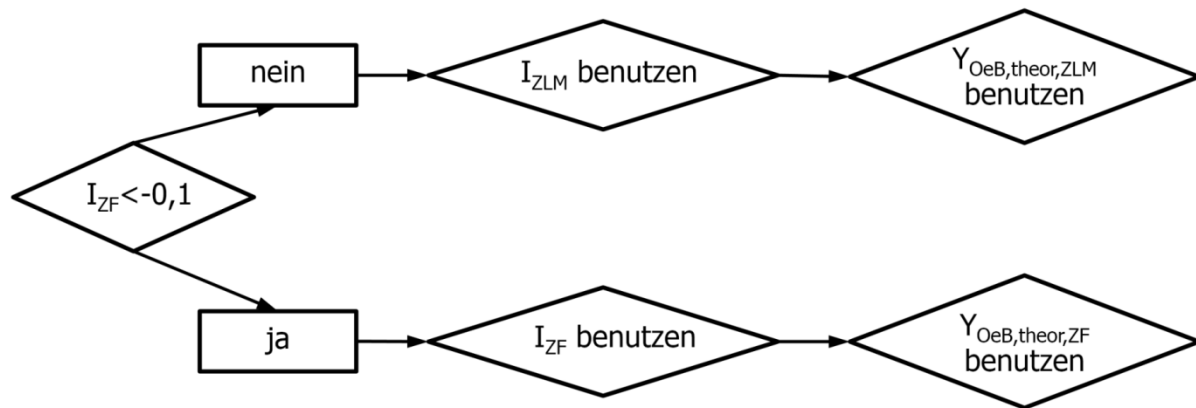
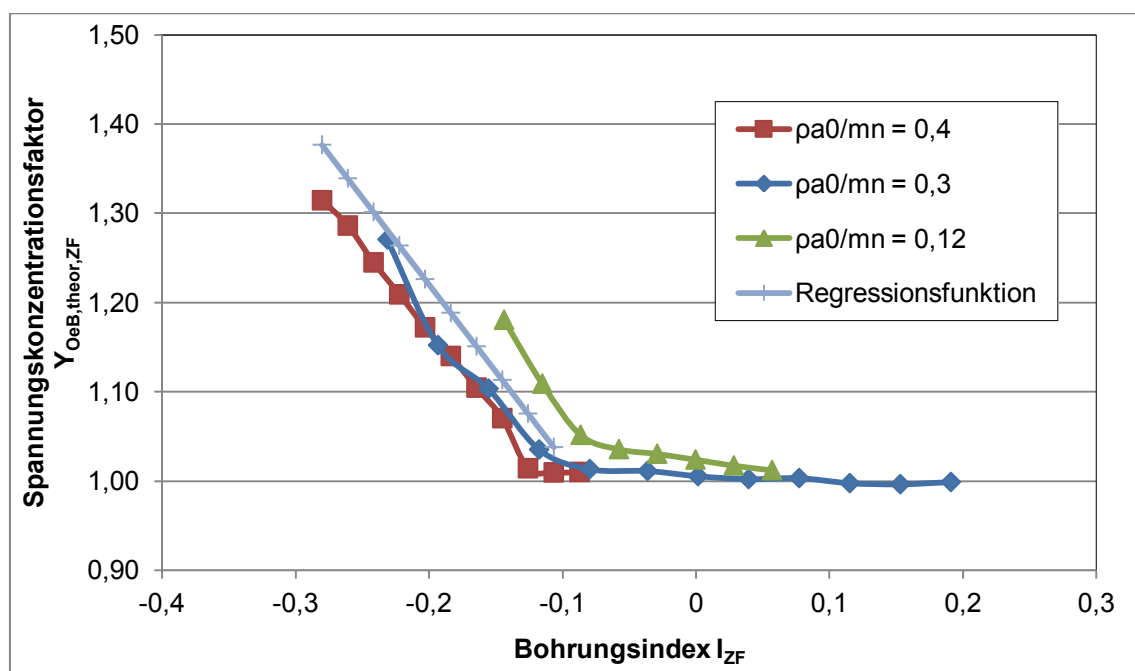
Abbildung 14: Schema zur Ermittlung  $Y_{OeB,theor}$ 

Abbildung 15: Ergebnisauswertung der Parametervariation der Bohrungsumfangslage

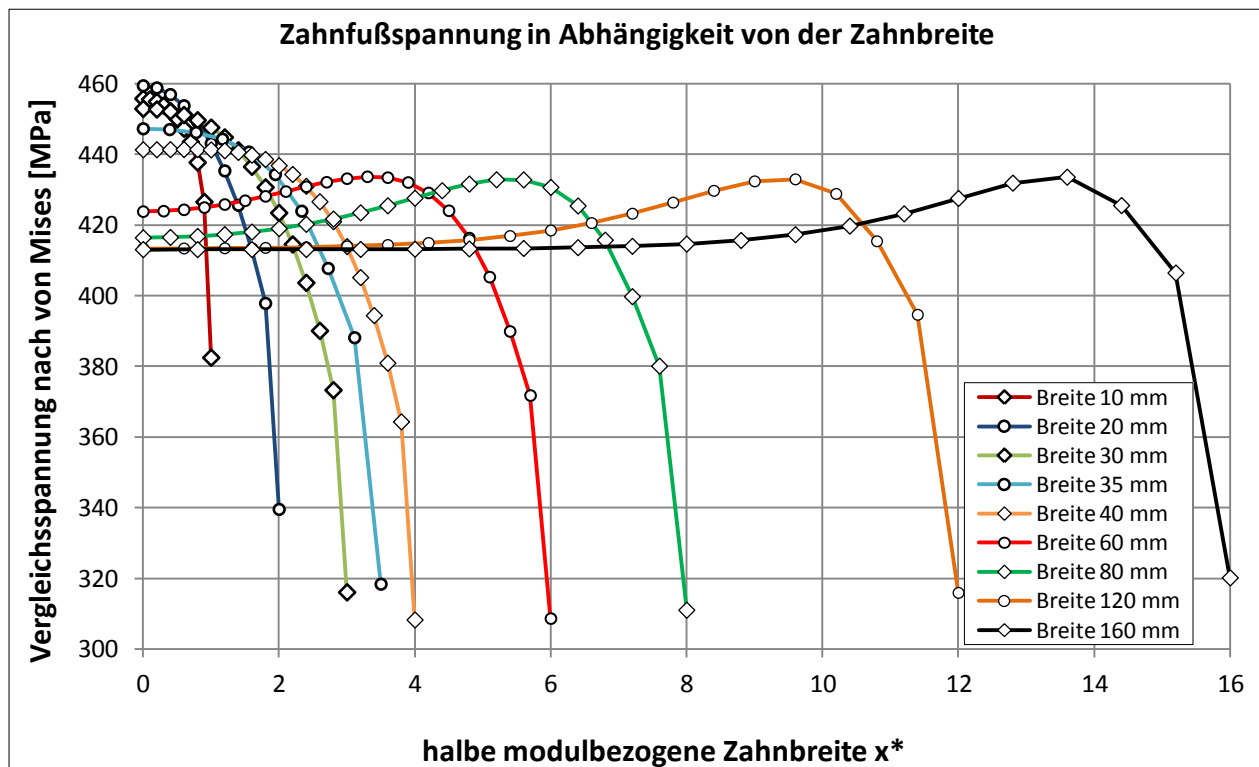
#### 4.4 Untersuchungen zum Einfluss der Zahnbreite

In einem dritten Schritt wird die Zahnbreite variiert, da bereits bei Scheufler für Verzahnungen ohne Bohrung eine Abhängigkeit der maximalen Zahnfußspannung von der Zahnbreite bei gleichmäßiger Linienlast am Zahnkopf festgestellt wurde [Sch]. Für  $\rho_{a0}/m_n = 0,2$  liefert die Untersuchung die in Abbildung 16 dargestellten Ergebnisse.

Ab einer auf den Modul bezogenen Zahnbreite von  $b \geq 10 \cdot m_n$  ergibt sich in der Zahnmitte ein Spannungsniveau, welches von der Zahnbreite unabhängig ist. Unterhalb dieser Zahnbreite kommt es zu einer Überlagerung der beiden Randeinflüsse, welche dafür verantwortlich ist, dass sich das Spannungsmaximum in Zahn-

breitenrichtung in die Zahnmitte verlagert. In diesem Fall herrscht in der Zahnmitte kein ebener Spannungszustand mehr, womit die Ergebnisse der FE-Untersuchungen nicht mehr direkt mit ebenen Berechnungen, wie sie in DIN 3990 oder bei BEM-Verfahren (z. B. im Programm PC-SPANN [PCS]) eingesetzt werden, vergleichbar sind.

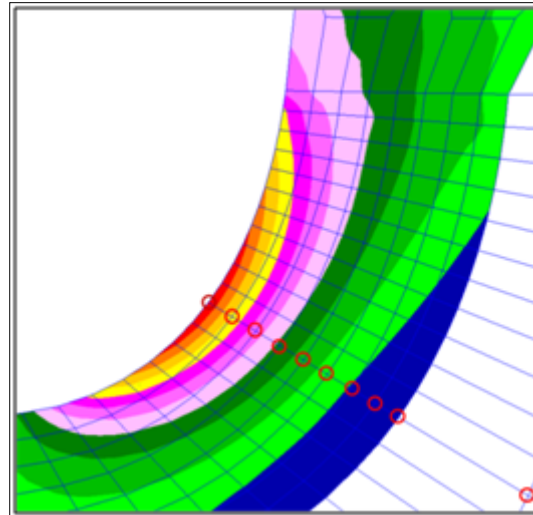
Auch wenn im Rahmen dieser Arbeit nur gleich breite Räder miteinander verglichen werden, so erlauben die Untersuchungsergebnisse zum Einfluss der Zahnbreite auf die Spannungsverteilung im Zahnfußgebiet eine Abschätzung der auftretenden Beanspruchungen für abweichende Zahnbreiten. Überschreitet die Zahnbreite die erwähnte Grenze von  $b = 10 \cdot m_n$ , dann erreichen die Zahnfußspannungen im Randbereich vergleichbare Werte zu den lokalen Maxima auf Grund der Schmierölbohrung, wenn eine annähernd konstante Linienlast am Zahnkopf anliegt.



**Abbildung 16: Ergebnisse der Untersuchung des Zahnbreiteneinflusses**

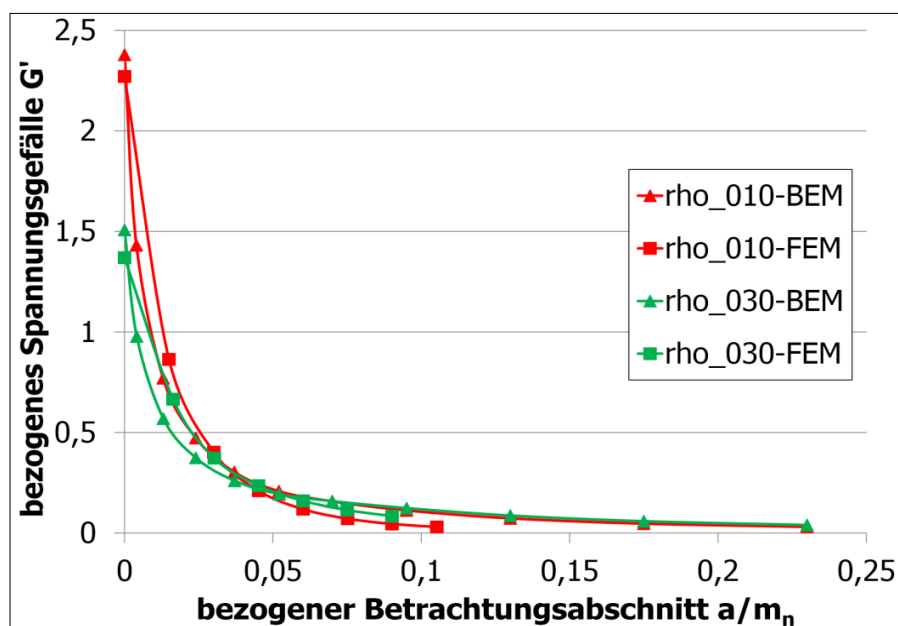
#### 4.5 Untersuchung des Spannungsgradienten

Durch eine entsprechend feine Vernetzung im Zahngrund, welche auch in Tiefenrichtung acht dünne Schichten umfasst, wird neben den Auswirkungen der Bohrung auf die Spannungskonzentration im Zahnfuß auch der Spannungsgradient untersucht. Dieser ist maßgeblich für die am realen Bauteil auftretende Stützwirkung verantwortlich. Dazu werden an der Stelle des Spannungsmaximums normal zur Oberfläche die Spannungen ausgewertet, wie in Abbildung 17 dargestellt.



**Abbildung 17: Auswertung des Spannungsgradienten**

Zur Verifikation der FEM-Ergebnisse wurden diese für zwei bohrungslose Varianten mit den Werten aus einer BEM-Rechnung mit Hilfe des Programms PC-SPANN verglichen [PCS] – s. Vergleich in Abbildung 18.



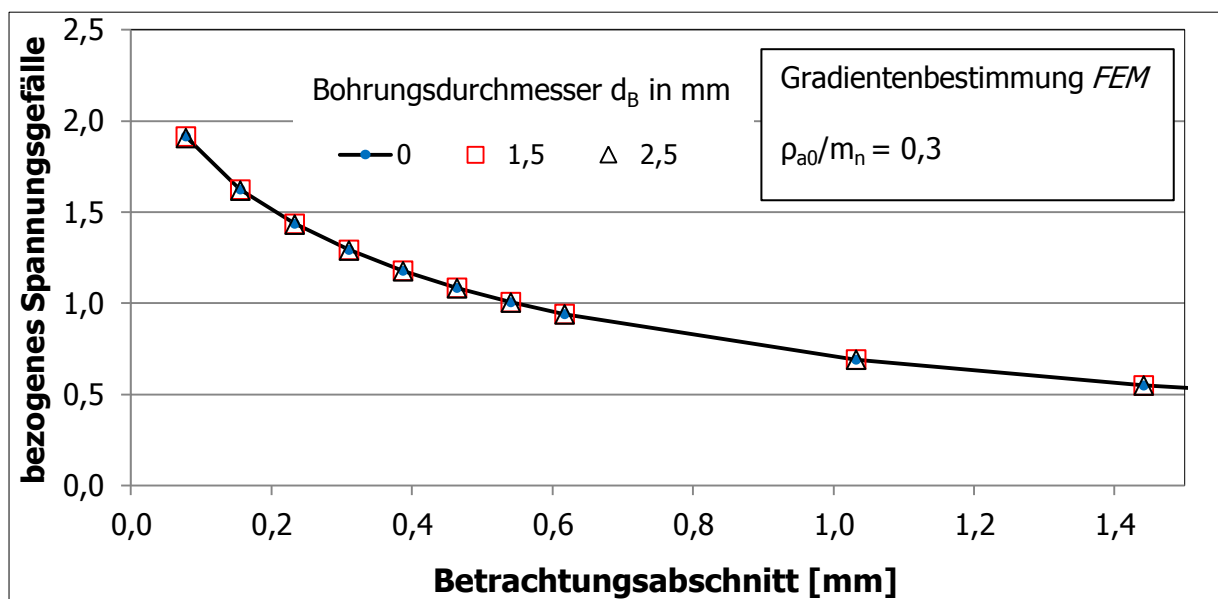
**Abbildung 18: Abgleich der FEM-Werte mit einer BEM-Rechnung**

Dabei zeigt sich, dass es kleinere Abweichungen zwischen den Absolutwerten gibt, welche aus der deutlich höheren Netzdichte resultieren, die mit der BEM möglich ist.

Betrachtet man jedoch die Differenzen zwischen den zwei Zahnfußgeometrien bei beiden Berechnungsverfahren, so sind diese nahezu identisch. Eine Aussage zum tatsächlichen Spannungsgradienten an der Stelle der größten Zahnfußspannung ist daher nur begrenzt sinnvoll, jedoch erlaubt ein Vergleich zwischen bohrungsloser Variante und einer Variante mit Schmierölbohrung eine Aussage über einen etwaigen

Einfluss der Bohrung auf den Spannungsgradienten. Für eine Zahnfußgeometrie und verschiedene Bohrungsdurchmesser sind die Ergebnisse der Auswertung des Spannungsgradienten in Abbildung 19 dargestellt.

Es zeigt sich, dass der Spannungsgradient für die verschiedenen Bohrungsdurchmesser nahezu identisch ist. Die Bohrung hat daher keinen mittels FEM nachweisbaren Einfluss auf den Spannungsgradienten. Die Stützwirkung der Prüfräder sollte daher innerhalb einer Werkstoffcharge bei gleicher Wärmebehandlung unabhängig von der Schmierölbohrung konstant sein.



**Abbildung 19: Auswertung des Spannungsgradienten für verschiedene Bohrungsdurchmesser**

#### 4.6 Einfluss einer Fase am Auslauf der Bohrung im Zahngrund

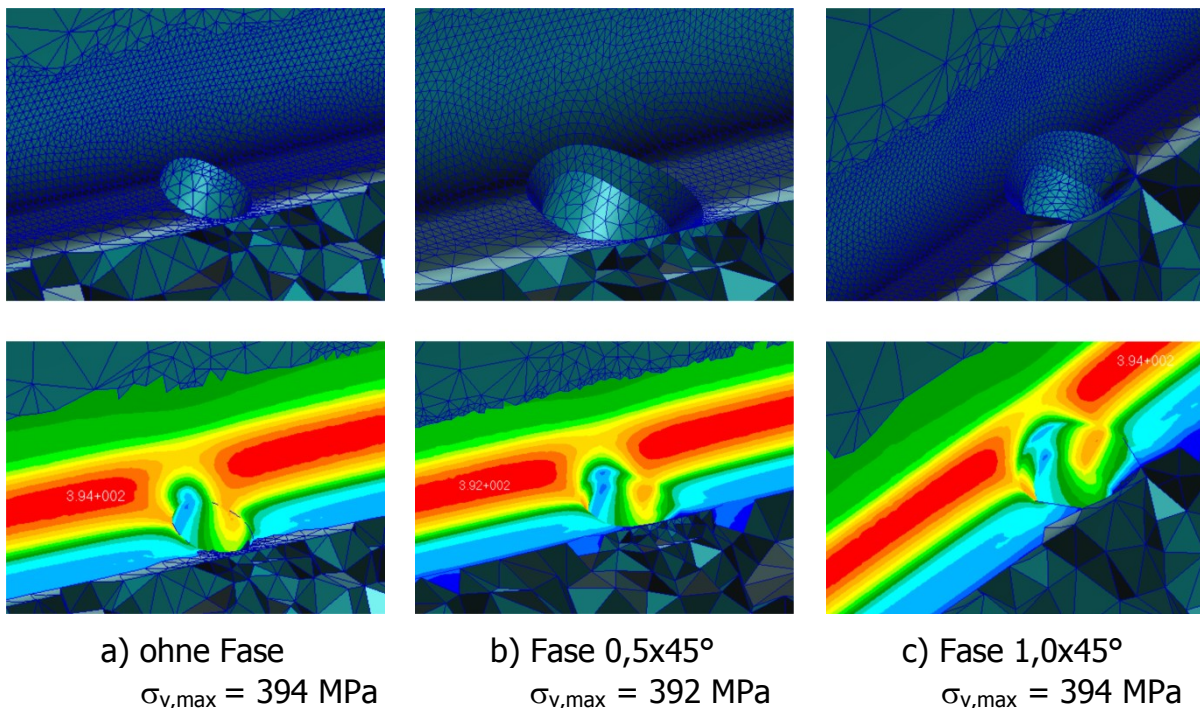
Stichprobenartig wird auch untersucht, wie sich ein Anfasen des Bohrungsauslaufs im Zahngrund auf die Spannungsverteilung im Zahnfußgebiet auswirkt.

Für eine Verzahnung mit  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$  und  $d_B = 2,5$  mm werden mit einem CAD-Programm Volumenmodelle ohne Fase, mit einer Fase  $0,5 \times 45^\circ$  sowie  $1,0 \times 45^\circ$  erstellt. Die Zahnbreite ist mit  $b = 160$  mm sehr hoch gewählt, um eventuelle Randeinflüsse auszuschließen. Die FEM-Modelle werden mit Tetraeder-Elementen mit Zwischenknoten vernetzt, wobei der Bereich um die Bohrung herum mit einer hohen Netzdichte versehen wird. Die Abbildung 20 enthält Ansichten aller drei Bohrungsbereiche sowie die zugehörigen Ergebnisplots für die Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese.

Die Fase hat dabei praktisch keinen Einfluss auf die Maximalspannung oder die Spannungsverteilung im Zahnfußgebiet. Mit größer werdender Fase beginnt sich zwar

ein zweites lokales Spannungsmaximum herauszubilden – eine zu große Fase könnte also sogar zu einer Erhöhung der Maximalspannung führen. Dieser Fall wird jedoch auf Grund der Begrenzungen bei der Fertigung der Fase nicht erreicht, da der benötigte Fräser in diesem Fall bereits den Zahnflankenbereich verletzen würde.

Im Falle der Fase  $0,5 \times 45^\circ$  sinkt das Spannungsmaximum von 394 MPa auf 392 MPa um 0,5 Prozent; der Unterschied liegt jedoch in einem vernachlässigbar geringen Bereich. Da die automatische Vernetzung zwar mit konstanten Parametern erfolgt, die Geometrie aber nicht vollkommen identisch ist, kann diese Differenz durchaus auch auf kleinste Unterschiede im FE-Modell zurückzuführen sein.



**Abbildung 20: Vernetzung im Bereich des Bohrungsauslaufes und der Fasen**

Eine kleine Fase oder Abrundung der Bohrungskante wirkt jedoch bei harten Randschichten einem Durchhärten des Kantenbereichs entgegen und senkt die Anrissgefahr an der Bohrungskante. Versuche, ein Modell mit abgerundeter Bohrungskante zu erstellen, führten auf Grund der komplexen Geometrie im Bereich der Bohrungskante nicht zum Ziel, da sich diese spezielle Bohrungskante nicht innerhalb des benutzten CAD-Programms erzeugen ließ. Sind die Parameter des Zahnfußes, der Bohrungsdurchmesser und die Bohrungslage in Umfangsrichtung so ungünstig, dass das Spannungsmaximum an der Bohrungskante liegt, so erzeugt ein Abrunden dieser Kante aber eine deutliche Verringerung der Spannungswerte.

## 4.7 Schmierölbohrung und Verzahnungsmodifikationen

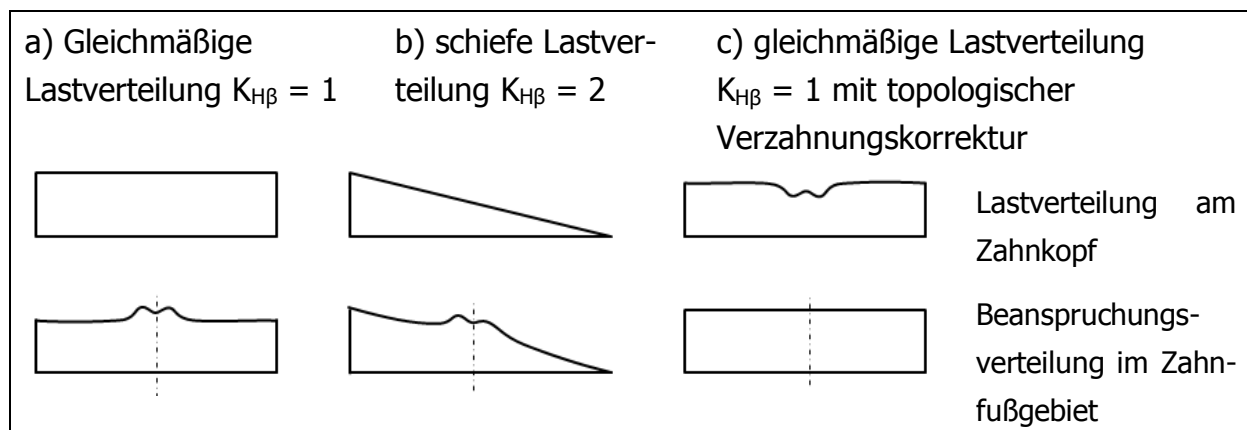
Im letzten Abschnitt der theoretischen Betrachtungen soll auf die Auswirkungen von Verzahnungsmodifikationen auf den Einfluss der Schmierölbohrung auf die Zahnfußspannungen eingegangen werden. Alle theoretischen Untersuchungen gehen von einer vollkommen gleichmäßig verteilten Linienlast am Zahnkopf aus. Dieser Idealfall tritt an realen Verzahnungen jedoch praktisch nie auf. Durch Fertigungstoleranzen und Bauteildeformationen der Getriebekomponenten entsteht stets eine abweichungsbehaftete ungleichmäßige Verteilung der Belastung der Zahnräder, welche durch Verzahnungsmodifikationen teilweise ausgeglichen werden sollen. Abweichungen in Profilrichtung haben – eine Geradverzahnung vorausgesetzt – dabei nur Auswirkungen auf die absolute Höhe der auftretenden Zahnfußspannungen, die Verteilung in Breitenrichtung bleibt dabei gleich. Die Schmierölbohrung wirkt daher in diesem Fall durch ihre spannungserhöhende Wirkung im direkten Umfeld der Bohrung stets gleich. Entsprechende Verzahnungsmodifikationen wie Kopfrücknahmen oder Profilwinkelmodifikationen haben daher keine Wechselwirkungen mit dem Einfluss der Schmierölbohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit.

Abweichungen der Verzahnung, welche eine ungleichmäßige Breitenlastverteilung zur Folge haben, können jedoch durchaus Auswirkungen auf den Einfluss der Schmierölbohrung haben. Durch Verformungen von Getriebekomponenten, wie die Verdrillung von Ritzeln, die Durchbiegung von Wellen oder Flankenlinienwinkelabweichungen entstehen schiefe Breitenlastverteilungen. Das Beanspruchungsmaximum einer ungebohrten und unkorrigierten Verzahnung liegt in diesen Fällen an den Rändern der Verzahnung. Für die spannungserhöhende Wirkung der Schmierölbohrung ist dies bedeutsam, da – wie die Untersuchungen zur Spannungserhöhung von torsionsbelasteten Sonnenritzeln gezeigt haben – das Maximum der Zahnfußspannung nicht mehr zwingend im Bereich der Bohrung liegen muss. Ab einem Breitenfaktor von ca.  $K_{F\beta} = 1,2$  ist davon auszugehen, dass ein Versagen der Verzahnung nicht mehr durch den Einfluss der Bohrung, wie in Abbildung 21 dargestellt, verursacht wird, sondern durch die ungleichmäßige Breitenlastverteilung. Diese Verzahnungsfehler werden jedoch üblicherweise durch Korrekturen ausgeglichen, bei denen eine gleichmäßige Lastverteilung angestrebt wird. Im Falle von Lastkollektiven ist dies jedoch nur begrenzt möglich, da z. B. die Verdrillung des Sonnenritzels eines Planetengetriebes für verschiedene Laststufen unterschiedliche Werte annimmt. Es ist aber nur eine Flankenlinienwinkelkorrektur möglich.

Teilweise kann durch das Aufbringen von Balligkeiten ein Ausgleich geschaffen werden. Es ist in Verbindung mit radialen Schmierölbohrungen jedoch zu beachten, dass bei Lage der Bohrung in der Zahnbreitenmitte durch die Balligkeit eine Konzentration der Lasteinleitung in eben diesem Bereich entsteht. Die bereits auf

Grund der Bohrung erhöhten Zahnfußbeanspruchungen werden durch die Lasterhöhung weiter vergrößert. Zu große Werte für die Balligkeit einer Verzahnung wirken sich dementsprechend negativ aus.

Durch eine topologische Korrektur wäre es andererseits möglich, die Tragfähigkeitsminderung auf Grund der Bohrung zu verringern, indem der Zahnfußbereich um die Bohrung herum entlastet wird, im theoretischen Idealfall wäre sogar die Eliminierung des Bohrungseinflusses realisierbar. Die Folge wäre in diesem Fall jedoch eine minimal höhere Zahnfußbeanspruchung über die gesamte Zahnbreite.



**Abbildung 21: Lastverteilungen im Zahnfußgebiet mit Schmierölbohrung und Verzahnungsmodifikationen**

Es würde also gezielt eine ungleichmäßige Last aufgebracht, die der Spannungserhöhung durch die Bohrung entgegenwirkt. Damit wäre eine Verringerung des Einflusses der Schmierölbohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit möglich.

## 5 Experimentelle Untersuchungen

### 5.1 Allgemeine Vorbemerkungen

Die experimentellen Untersuchungen umfassen die in Tabelle 5 aufgeführten Untersuchungsvarianten und werden als Dauerfestigkeitsversuche auf Pulsatoren vorgenommen. Dabei dient die Grundvariante nach Abbildung 5 (s. Seite 12), mit Werkzeug A (BPII) gefertigt und einer Kranzdicke von  $s_K = 5 \cdot m_n$  als Basis für die Variation der einzelnen Größen. Ziel der Experimente ist neben der Bewertung der Ergebnisse der FEM-Berechnungen vor allem die Untersuchung theoretisch nicht oder nur unter stark erschwerten Bedingungen ermittelbarer Einflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit. Beispiele wären neben unterschiedlichen Werkstoffen der Prüfräder



unterschiedliche Wärmebehandlungszustände der Prüflinge, der Einfluss einer Kugelstrahlbehandlung auf den Zahngrund sowie die Rauheit der Schmierölbohrung. Zu diesem Zweck werden Wöhlerkurven aufgenommen, welche zum einen das Verhalten im Zeitfestigkeitsgebiet zeigen und zum anderen die Ermittlung der Zahnfußdauerfestigkeit erlauben. Die generelle Vorgehensweise innerhalb eines Versuchsblocks ist dabei stets wie folgt: Zuerst wird die Referenzvariante ohne Bohrung geprüft, danach im Anschluss die Varianten mit Bohrung, wobei die Reihenfolge durch den größer werdenden Bohrungsdurchmesser vorgegeben wird.

**Tabelle 5: Versuchsprogramm für Pulsatorversuche**

$\frac{d_B}{\rho_{a0}/m_n}$				
	0,0 mm (ohne)	1,5 mm	2,5 mm	3,5 mm
0,2	18CrNiMo7-6		18CrNiMo7-6	
0.30	18CrNiMo7-6	18CrNiMo7-6	18CrNiMo7-6	18CrNiMo7-6
	Wechselast 18CrNiMo7-6		Rauheit kleiner 18CrNiMo7-6	
	Kugelgestrahlt 18CrNiMo7-6		Kranz 3 x $m_n$ 18CrNiMo7-6	
			Kranz voll (8 x $m_n$ ) 18CrNiMo7-6	
			Wechselast 18CrNiMo7-6	
			Kugelgestrahlt 18CrNiMo7-6	
			Bohrung weich 18CrNiMo7-6	
			Torsion (Stichversuch) 18CrNiMo7-6	
	31CrMoV9		31CrMoV9	31CrMoV9
			Rauheit kleiner 31CrMoV9	
	42CrMo4		42CrMo4	
	16MnCr5		16MnCr5	
0,4	18CrNiMo7-6		18CrNiMo7-6	

Eine ausführliche Betrachtung in Vorbereitung der Versuche ergibt, dass der Einfluss von Mittelspannungen auf die Zahnfußwechselfestigkeit als solcher bereits weitestgehend in der Literatur (s. [Bri]) geklärt ist und die Spannungsverhältnisse an Sonnenrädern von Planetengetrieben – auch bis hin zu einer in der Praxis üblichen Planetenradanzahl von  $p = 5$  – nur ein Absinken der Zahnfußdauerschwellfestigkeit um etwa 3,5 Prozent bewirken. Dies liegt im Bereich der Streuung der Messwerte.

$$\sigma_{FEm} = \frac{1,4 - 0,8 \cdot \frac{\sigma_{Fm1}}{\sigma_F}}{1 + 0,8 \cdot \frac{\sigma_{Fm2}}{\sigma_F}} \quad (5.1)$$

In obiger Formel (s. [Bri]) wird der Einfluss der Mittelspannung, welche durch die konstant auf das Sonnenritzel wirkende Torsion entsteht, als  $\sigma_{Fm2}$  gewertet. Dazu

wird die Torsionsspannung des Radkörpers in eine Vergleichsnormalspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese umgerechnet.

Wie die theoretischen Untersuchungen in Kapitel 4.3 zeigten, sinkt gegenüber einer rein auf Biegung beanspruchten Verzahnung bei Sonnenritzeln sogar die Zahnfußbeanspruchung bei Ritzeln mit Schmierölbohrungen. Daher ist in den Versuchen keine nachweisbare Auswirkung der Torsionsbelastung der Ritzel auf den Einfluss der Schmierölbohrungen auf die Zahnfußtragfähigkeit zu erwarten. Aus diesem Grund werden keine experimentellen Untersuchungen zu diesem Punkt durchgeführt.

Die Prüfvarianten mit den Werkstoffen 18CrNiMo7-6 und 16MnCr5 werden einsatzgehärtet, wobei hier Vakumeinsatzhärten als Verfahren Anwendung findet. Da es bei diesem speziellen Wärmebehandlungsverfahren nicht notwendig ist, werden die Räder nicht reinigungsgestrahlt. Dies hat Auswirkungen auf die erreichbaren Zahnfußdauerfestigkeitswerte. 42CrMo4 wird im vergüteten Zustand verarbeitet, die Räder aus 31CrMoV9 werden nitriert. Für alle vier Werkstoffe sind im Anhang Beispiele für Prüfradzeichnungen zu finden, welche die geforderten Wärmebehandlungen dokumentieren. Die Fertigung sämtlicher Prüfräder erfolgt bei einem erfahrenen Hersteller von Getrieben als Auftragsfertigung. Es wird bei der Auftragsvergabe insbesondere darauf hingewiesen, dass alle Räder einer Wärmebehandlungsart in der gleichen Ofenreise unterzubringen sind, damit die Werkstoffeigenschaften in dieser Hinsicht keinen Schwankungen unterworfen sind.

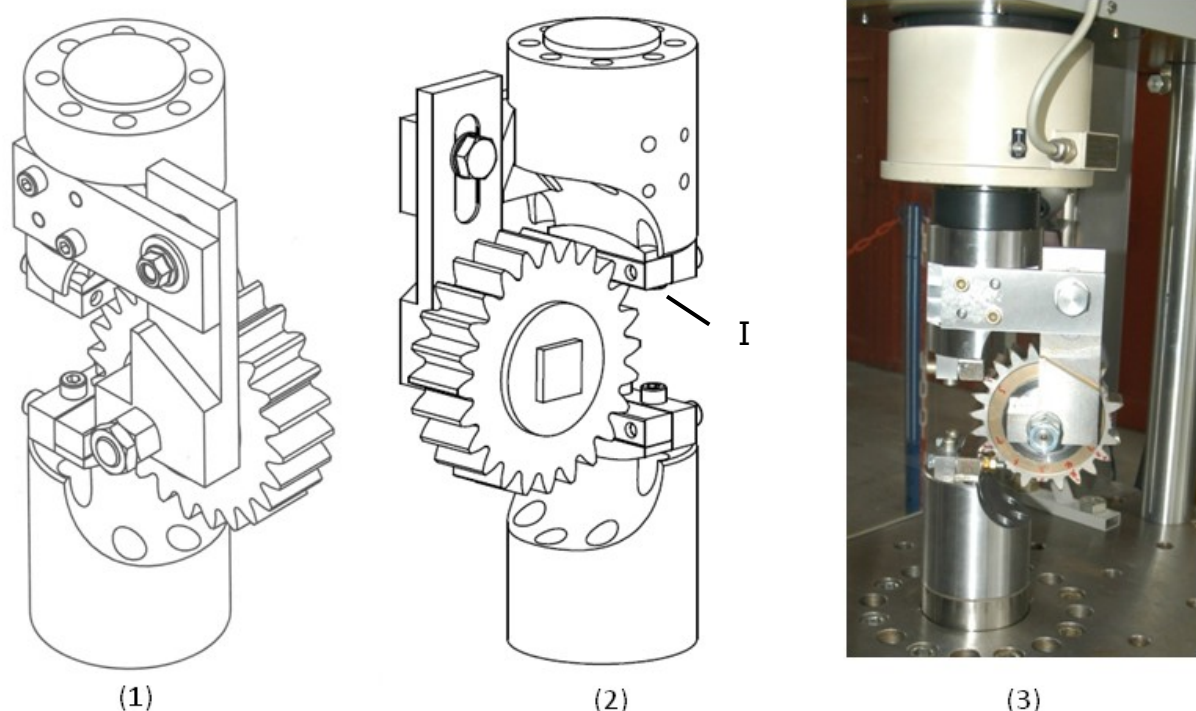
Für die Pulsatorversuche werden zwei verschiedene Versuchsvorrichtungen konstruiert, welche hier kurz vorgestellt werden sollen.

### **5.1.1 Versuchsvorrichtung für Schwelllastversuche**

Eine Besonderheit der Versuchsvorrichtung für die Schwelllastversuche ist die Einstellbeweglichkeit der Auflageplatten. Diese wird durch Kalotten (siehe I in Abbildung 22) realisiert und ist notwendig, da mit  $b = 35 \text{ mm}$  eine Zahnbreite gewählt wurde, die deutlich über die sonst übliche Breite von  $b = 20 \text{ mm}$  bei Scheibenrädern für Pulsatorversuche hinausgeht. Grund für die erhöhte Zahnbreite ist die Lage der Schmierölbohrung in der Zahnbreitenmitte, wodurch bei schmalen Zahnrädern unerwünschte Randeffekte die Untersuchungsergebnisse verfälschen würden (siehe Kap. 4.4, S. 22). Durch die Einstellbeweglichkeit kann eine bessere Breitenlastverteilung erreicht werden, welche auch durch Messungen mittels Feinpapiermethode nachgewiesen wird (s. Kap. 5.2., S. 33).

Geprüft wird jeweils ein Zahnpaar, welches über fünf Zähne verspannt wird. Dadurch kann eine Krafteinleitung möglichst nahe am Zahnkopf erreicht werden. Nach dem ersten Bruch wird das Rad gedreht, so dass die weitere Prüfung des zweiten Zahnes

mit einer Kopfauflage und einer anderen Zahnweite erfolgt. In diesem Fall wird der Prüfzylinder des Versuchsaufbaus (in Abbildung 22 im unteren Bildbereich) weiter herausgefahren, so dass er am nächsten Zahn im Bereich des Teilkreises anliegt und eine Verspannung nur noch über vier Zähne stattfindet. Dadurch wird gewährleistet, dass die Kraftlinie weiterhin den Grundkreis tangiert, der Stützzahn durch den deutlich verkürzten Hebelarm jedoch keinesfalls versagt. Auf Basis der Empfehlungen der FVA-Richtlinie für Pulsatorversuche [Hös] wird jeweils nur jeder zweite Zahn geprüft, pro Versuchsrads sind so jeweils sechs Laststufen möglich. Eine Prüfung aller Zähne hätte verfälschenden Einfluss, da im Zahnfuß des direkten Nachbarzahn bereits eine Vorschädigung vorliegen würde.

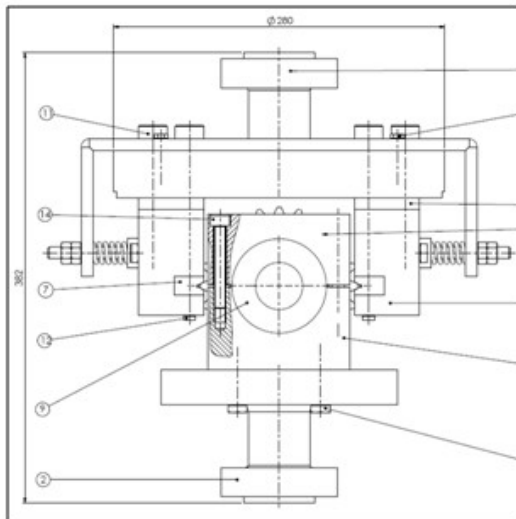


**Abbildung 22: Vorrichtung für Schwelllastversuche; (1) Schema – (2) Schema mit Blick auf Kalotten – (3) Aufbau am Pulsator**

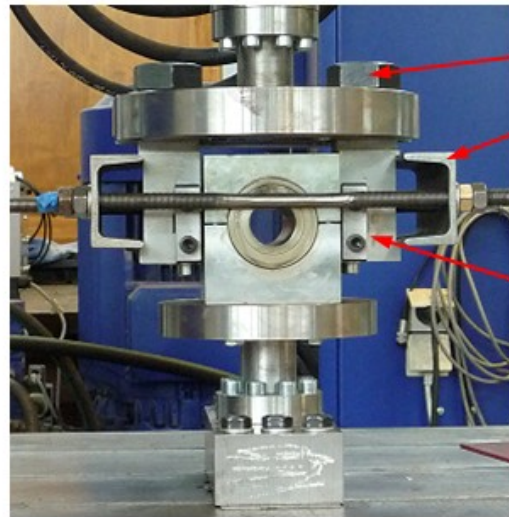
### 5.1.2 Prüfvorrichtung für Wechsellastversuche

Die Abbildung 23 zeigt die benutzte Vorrichtung für die Versuche unter Wechsellast. Der Spannrahmen, bestehend aus zwei U-Profilen und zwei Gewindestangen (I), verringert die Aufweitung im Bereich der Blöcke während des Prüfbetriebs, welche durch die aus den Prüfkraften resultierenden radialen Zahnkräfte entsteht. Die Zugentlastungen an den Blöcken zur Aufnahme von Einsatzstücken (II) senken die Beanspruchungen in den jeweiligen Teilen der Vorrichtung, wodurch Schäden an der Prüfvorrichtung vermieden werden. Dies betrifft ebenso die massiven Verschraubungen (III), da nur so eine Dauerfestigkeit der Schrauben erreicht wird.

Wie auch bei der Vorrichtung für die Schwelllastversuche wird Wert auf eine gute Breitenlastverteilung gelegt. Die Blöcke zur Aufnahme der Einsatzstücke sind ebenfalls durch eine Kalotte einstellbeweglich. Zusammen mit einem exakt gleichmäßigen Verspannen des Rahmens kann so ein gleichmäßiges Tragbild in Breitenrichtung erzeugt werden.



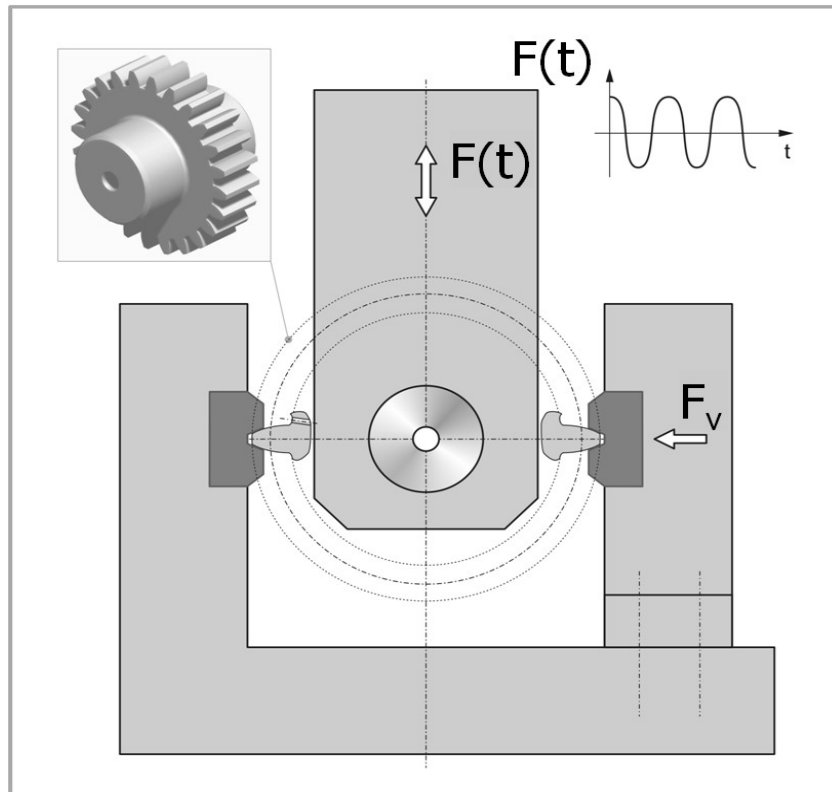
(1)



(2)

**Abbildung 23: Vorrichtung für Wechsellastversuche, (1) Schema - (2) aufgebaute Vorrichtung**

Da die Lasteinleitung bei den Wechsellastversuchen, wie in Abbildung 24 dargestellt erfolgt, sind pro Versuchsrads ebenso sechs Laststufen möglich. Im Gegensatz zu den Schwelllastversuchen kann pro Zahnpaar jedoch nur eine erreichbare Lastwechselzahl bis zum Bruch ermittelt werden, da eine Weiterführung der Versuche für den zweiten Zahn eines Paares prinzipbedingt nicht möglich ist. Aus diesem Grund werden pro Wöhlerlinie doppelt so viele Versuchsräder benötigt.

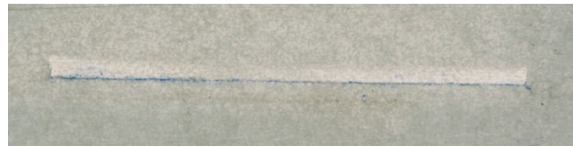


**Abbildung 24: Schema der Lasteinleitung für Wechsellastversuche**

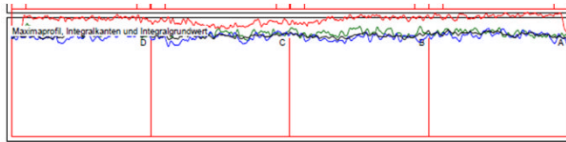
## 5.2 Kontrolle der Breitenlastverteilung

Das Tragbild wird mit Hilfe der Feinpapiermethode [FH2] regelmäßig geprüft. Dazu wird ein Blatt Feinpapier auf den Zahn im Bereich des Zahnkopfes appliziert. Im Zuge dieser Kontrolle kann auch der Abstand des nahezu lastfreien Kraftangriffes bestimmt werden, indem die Zahnkopfkante auf dem Papier mit einem Stift markiert wird. Danach erfolgt mit dem Aufbringen einer geringen Prüfkraft von  $F_{Pu} = 5 \text{ kN}$  die Abnahme des Tragbildes. Durch die Prüfkraft wird das Papier lokal deformiert, wodurch sich seine Lichtdurchlässigkeit ändert. Höhere Prüfkräfte würden dabei zur Beschädigung des Papiers führen. Mittels eines Durchlichtscanners kann aus dem Papierabdruck eine Bilddatei erzeugt werden, welche mit dem Programm „Tragbildanalyse“ ausgewertet wird. Abbildung 25 zeigt den Scan eines Abdrucks sowie das daraus entstehende Tragbildprofil.

Die statistische Auswertung der Tragbilder ergibt einen Breitenfaktor  $K_{H\beta} = 1,055$ , der noch nach DIN 3990 in den Breitenfaktor  $K_{F\beta} = 1,043$  umgerechnet wird. Die Auswertung der Entfernung des Kraftangriffes vom Zahnkopf ergibt einen Abstand von  $s = 1,4 \text{ mm}$  im nahezu lastfreien Zustand. Zusammen mit der lastabhängigen Verringerung des Hebelarmes, der aus einer 2D-Kontaktrechnung bestimmt wird (s. nachfolgendes Kapitel 5.2.1.1, S. 35), ergibt sich somit ein Kraftangriffsdurchmesser  $d_{an} = 130,76 \text{ mm}$ .

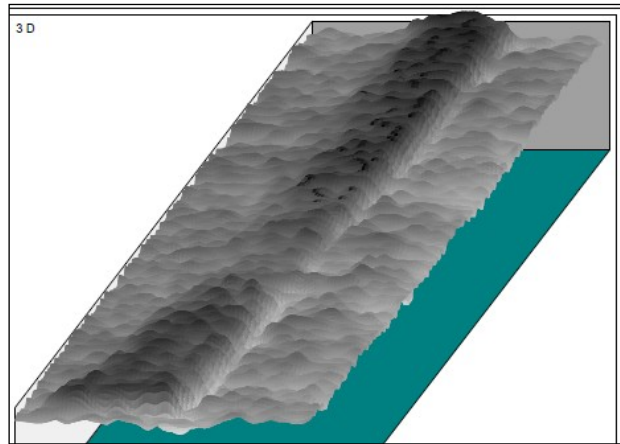


(1) Tragbildabdruck auf Feinpapier



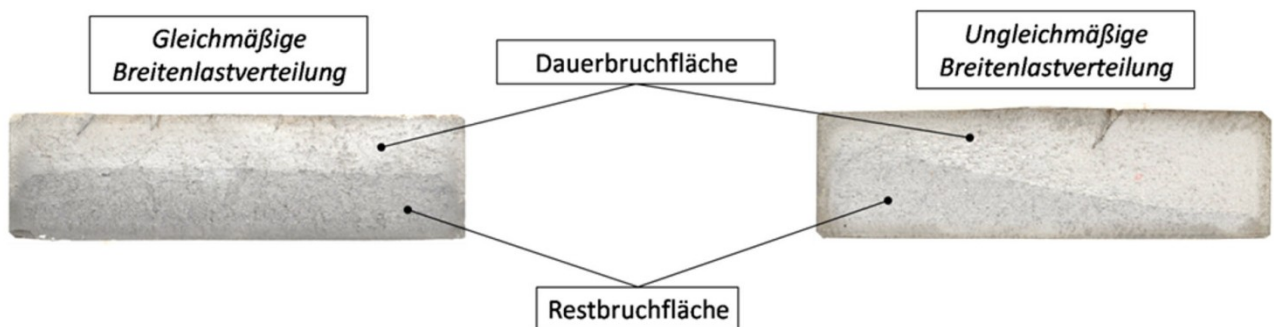
(2) Auswertung des Tragbildscans

(3) 3D-Ansicht der Auswertung des Scans (siehe rechts)

**Abbildung 25: Kontrolle des Breitenlasttragbildes mit der Feinpapiermethode**

Neben der Prüfung des Tragbildes im Vorfeld des Versuchs ermöglicht auch die Begutachtung des Bruchbildes eine Aussage über die Breitenlastverteilung.

Die sehr gleichmäßige Breitenlastverteilung, die durch die Feinpapiermethode bestimmt wurde, kann auch für den Großteil der Bruchflächen der Versuchszähne nachgewiesen werden. Nur in extrem seltenen Ausnahmefällen zeigt sich nachträglich eine solch ungünstige Verteilung wie sie in Abbildung 26 rechts dargestellt ist.

**Abbildung 26: Kontrolle der Breitenlastverteilung mit Hilfe der Bruchflächen**

### 5.2.1 Lastverteilung am Zahnkopf

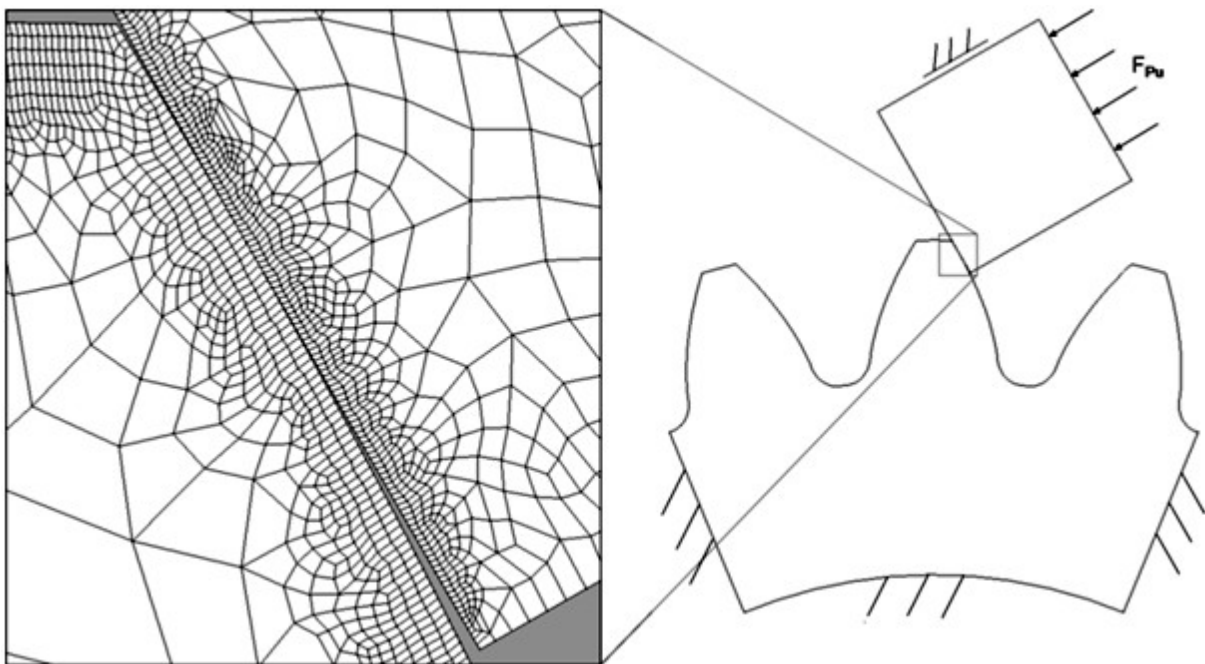
Ergänzend zu diesen expliziten Messungen der Lasteinleitung am Zahnkopf werden zur Überprüfung der Randbedingungen bei den experimentellen Untersuchungen auch Kontaktrechnungen mittels der FEM durchgeführt. Eine ebene Kontaktrechnung soll Auskunft darüber geben, wie stark sich der Kraftangriffspunkt unter Last verlagert, da die experimentelle Messung des Kraftangriffspunktes nur bei einer geringen Prüflast durchgeführt werden kann. In einem weiteren Schritt wird mittels

einer 3D-Rechnung überprüft, wie sich die gegenüber dem Zahnrad höhere Breite der Prüfvorrichtung auswirkt. Auch dieser Punkt ist messtechnisch nur mit deutlich erhöhtem Aufwand, etwa durch Dehnmessstreifen im Zahnfuß über die gesamte Zahnbreite eines Prüfrades, ermittelbar, so dass die theoretische Untersuchung einen bedeutend schnelleren Weg darstellt.

#### 5.2.1.1 2D-Kontaktrechnung – Ermittlung des Hebelarmes unter Last

Die Abbildung 27 zeigt das für die Berechnung verwendete Modell. Zur Ermittlung der Ergebnisse werden die Kontaktnormalkräfte ausgewertet und aufgetragen (s. Abbildung 28).

Die Auswertung ergibt für größer werdende Belastungen eine Ausweitung der Kontaktfläche, was durch die Hertzsche Abplattung hervorgerufen wird. Bildet man den Schwerpunkt des Flächenintegrals für die einzelnen Flächen, ist die Ermittlung der Verlagerung des Lastangriffspunktes möglich, die sich in Abhängigkeit von der Pulsatorlast in einem Diagramm analog zu Scheufler eintragen lässt [Sch]. Eine Linearisierung des Verlagerungsverlaufes ist dabei, wie in Abbildung 29 zu erkennen, sehr gut möglich.

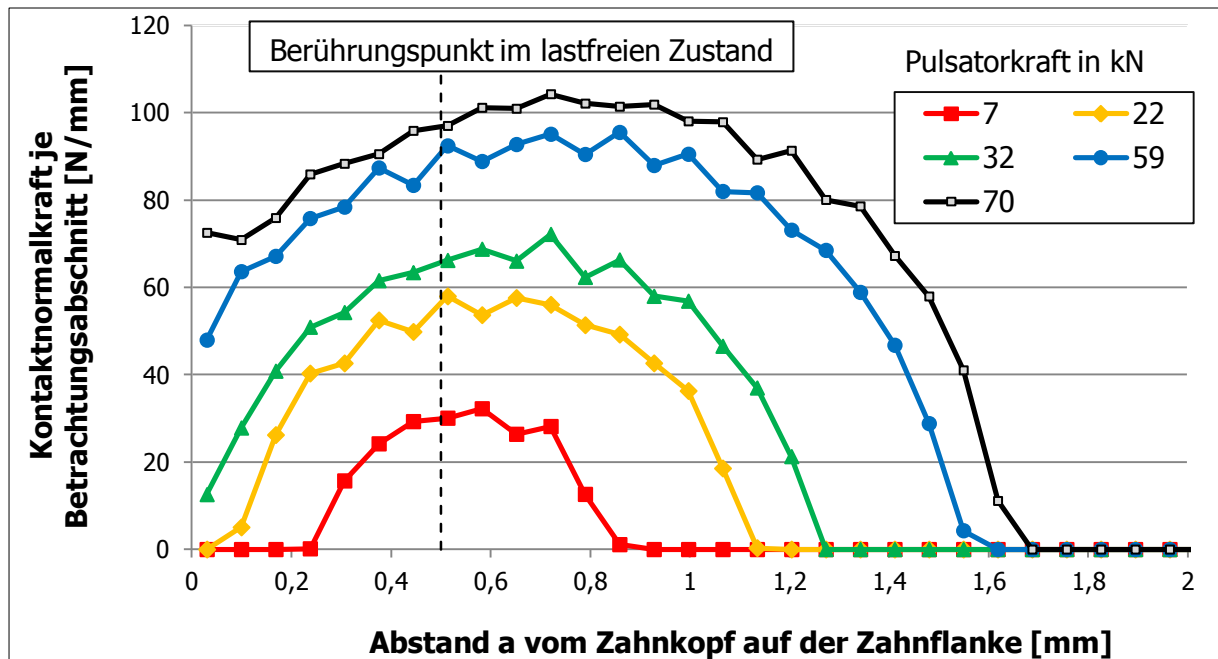


**Abbildung 27: 2D-Kontaktmodell**

Der Faktor  $K_{dyn}$  ist dabei wie folgt definiert, wobei  $\Delta h$  die Verlagerung des Kraftangriffspunktes ist:

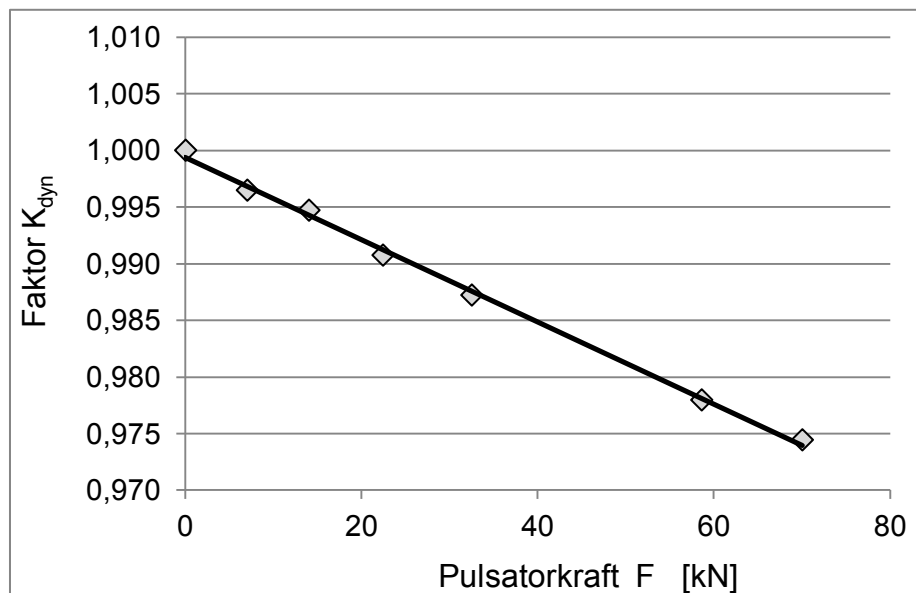
$$K_{dyn} = \frac{h_{Fa,unbelastet} - \Delta h}{h_{Fa,unbelastet}} \quad (5.1)$$





**Abbildung 28: Auswertung der 2D-Kontaktrechnung**

Für eine Pulsatorkraft  $F_{Pu} = 60$  kN, die im Mittel den Prüfkraften im Dauerfestigkeitsgebiet entspricht, ergibt sich damit eine Verlagerung des Kraftangriffspunktes um  $s = 0,22$  mm, welche in den weiteren Berechnungen berücksichtigt wird.



**Abbildung 29: Diagramm für den Faktor der Verlagerung des Kraftangriffspunktes unter Last**

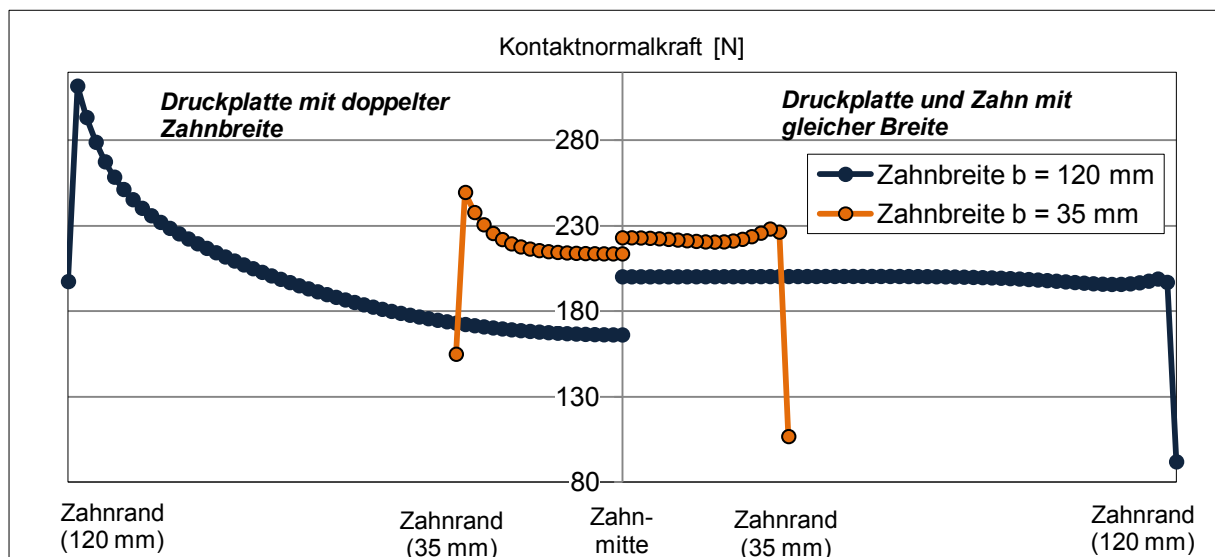
#### 5.2.1.2 3D-Kontaktrechnung – Breitenlastverteilung am Zahnkopf

Zur Überprüfung der Annahme einer Lasteinleitung mittels einer konstanten Linienlast am Zahnkopf, auch im Hinblick auf die Gegebenheiten der experimentellen Untersuchungen, wird des Weiteren eine räumliche Kontaktanalyse durchgeführt. Da

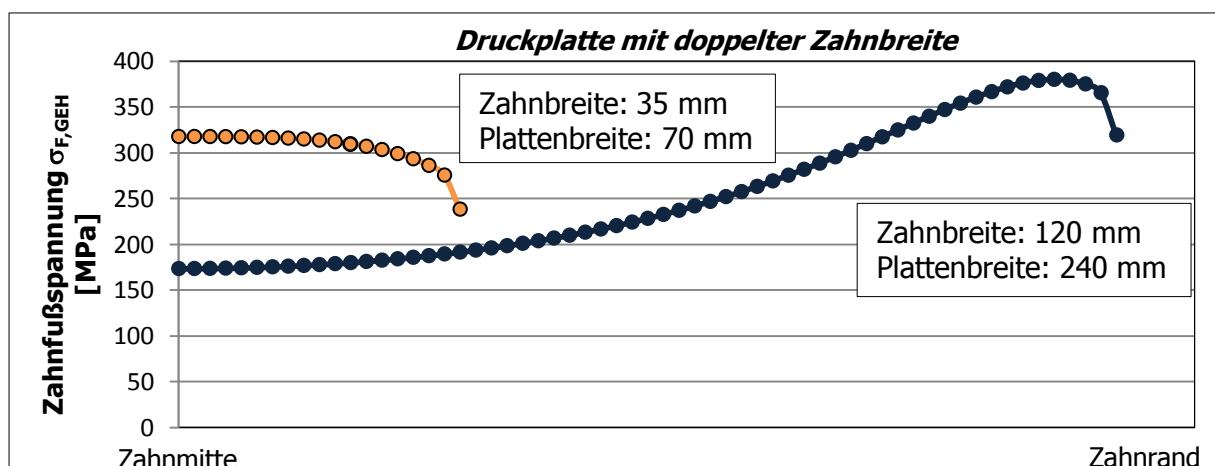


die Auflage der Zähne an der Prüfvorrichtung auf ebenen Anlageplatten, die eine größere Breite als die Prüfzähne haben, erfolgt, soll so der Einfluss dieser Kombination auf die Breitenlastverteilung ermittelt werden. Zu diesem Zweck werden die Modelle der ebenen Kontaktanalyse auf eine räumliche Berechnung erweitert, deren Ergebnisse in Abbildung 30 und Abbildung 31 dargestellt sind.

Während die Auswertung der Kontaktnormalkräfte bei ungleicher Breite von Prüfzahn und Auflage eine starke Überhöhung im Randbereich zeigt, kann diese für die Zahnfußspannung nur für deutlich breitere Geometrien nachgewiesen werden. Die in den experimentellen Untersuchungen benutzte Kombination von einer Zahnbreite  $b_z = 35 \text{ mm}$  und einer Plattenbreite  $b_{pl} = 70 \text{ mm}$  weist nur geringe Ungleichmäßigkeiten in Breitenrichtung auf. Dies deckt sich sehr gut mit den Messungen mittels der Feinpapiermethode, die bereits an der Lasteinleitungsstelle am Zahnkopf ein gleichmäßiges Breitenlasttragbild ergaben.



**Abbildung 30: Auswertung der Kontaktnormalkräfte**



**Abbildung 31: Auswertung der Zahnfußspannungen der 3D-Kontaktrechnung**

## 5.3 Auswertung der Versuche

### 5.3.1 Zeitfestigkeitsgebiet

Für die Auswertung der Zeitfestigkeit sind die jeweils zwei Lasthorizonte pro Untersuchungsvariante mit jeweils vier Versuchspunkten als Standardbelegung ausreichend [Hös]. Neben der Ermittlung der Streuungen auf den einzelnen Horizonten, wobei nach Haibach [Hai] eine logarithmische Normalverteilung der Ergebnisse angenommen wird, erfolgt zudem die Auswertung nach dem Perlenschnurverfahren [Eul]. Die im Anhang aufgeführten Wöhlerlinien sind nach dieser Methode erstellt, da die unterschiedlichen Streuungen auf zwei Horizonten im Normalfall dazu führen, dass sich die Linien für die Überlebenswahrscheinlichkeiten  $P_{\bar{U}} = 10\%$  und  $P_{\bar{U}} = 90\%$  in ihrem Verlauf überschneiden. Der Fokus der Untersuchungen liegt jedoch auf der Untersuchung des Einflusses der Schmierölbohrungen auf die Zahnfußdauerfestigkeit der Versuchsräder, daher sind die geringen Unterschiede der beiden Auswerteverfahren in diesem Fall vernachlässigbar. Die Tabelle 6 gibt die Formeln für die Versuchsauswertung im Bereich der Zeitfestigkeit an, wobei hier für Ermittlung der Parameter der Wöhlerlinieggleichung eine Regressionsrechnung nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate genutzt wird. [Bae].

**Tabelle 6: Formeln zur Versuchsauswertung im Zeitfestigkeitsgebiet [Eul]**

$$\log(N) = -q \cdot \log(\sigma) + \log(N_D \cdot \sigma_{ADK}^q) = y = a \cdot x + b \quad (5.2)$$

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^n ((y_i - y(x_i))^2 \rightarrow \min \quad (5.3)$$

$$a = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) / \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (5.4)$$

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} \quad (5.5)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log N_i \quad (5.6)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log \sigma_i \quad (5.7)$$

$$s_R^2 = \frac{1}{n-2} \left[ \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n y_i)^2 - a \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i \right) \right] \quad (5.8)$$

$$\log N_{P_{\bar{U}}=90\%/10\%} = \log N_{P_{\bar{U}}=50\%} \pm s_R \cdot 1,2816 \quad (5.9)$$

Die Streuung  $s$  der Messwerte liegt dabei im Durchschnitt bei 11 Prozent. Für einen großen Teil der Versuchsreihen liegt die Streuung sogar deutlich unter zehn Prozent. Bei den Versuchen mit der nicht einsatzgehärteten Bohrung liegt dagegen die

Streuungen mit 21,6 Prozent wesentlich höher. Dies ist jedoch der mit Abstand größte auftretende Streuwert.

### 5.3.1 Dauerfestigkeitsgebiet

In sehr vielen Versuchsreihen wird bei der Gewinnung von Wöhlerlinien im Dauerfestigkeitsgebiet auf das bewährte Treppenstufenverfahren nach Hück [Hüc] zurückgegriffen. Da in diesem Fall für die Ermittlung der Dauerfestigkeitswerte jedoch nur zehn Lastniveaus mit jeweils maximal zwei Versuchen je Laststufe zur Verfügung stehen, wird, wie z. B. in dem FVA-Merkblatt zur Durchführung von Pulsatorversuchen empfohlen [Hös], das modifizierte Probitverfahren verwendet [Hös1].

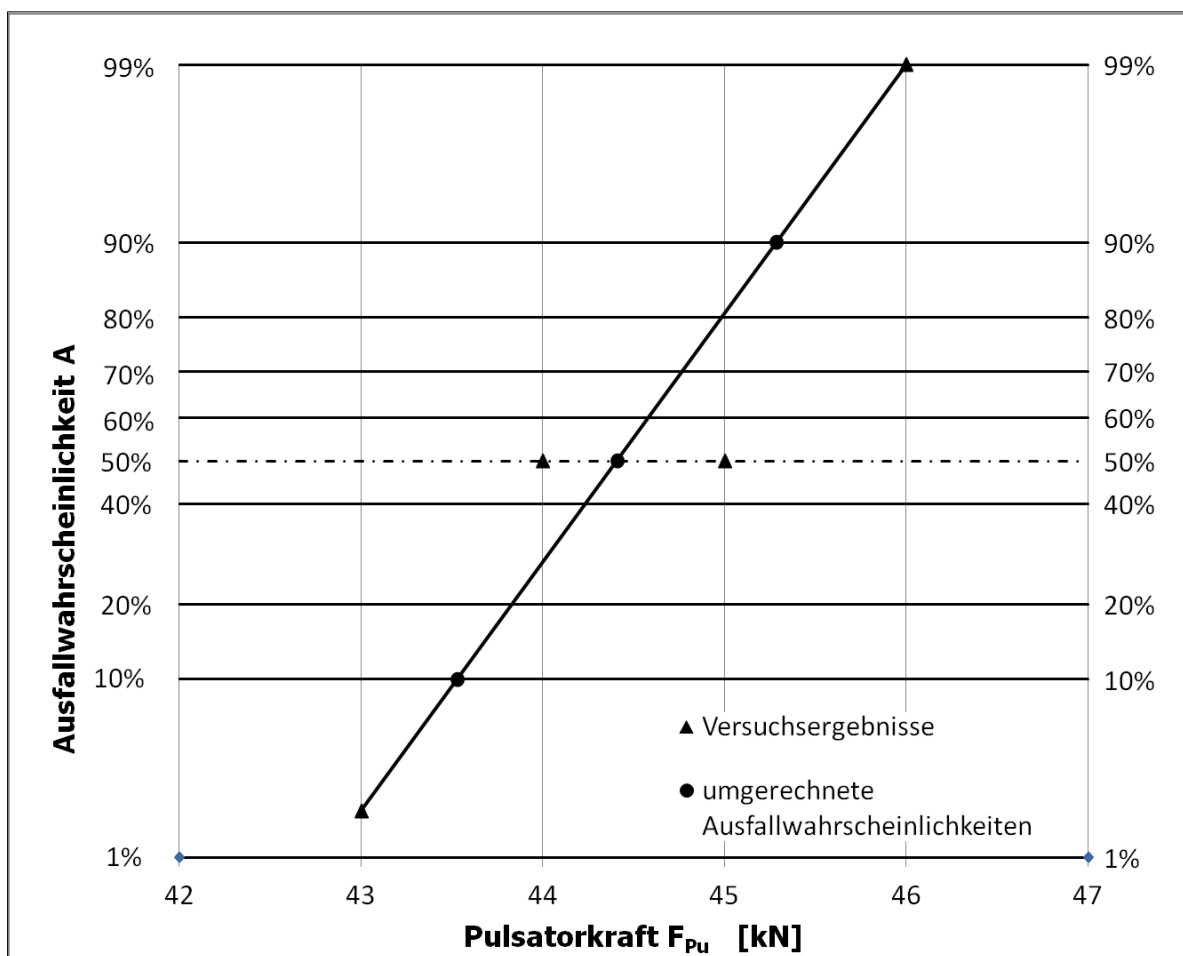
Bei diesem werden in einem Gauß-Netz die prozentualen Schadenshäufigkeiten über den zugehörigen Spannungswerten aufgetragen, wobei jeweils das Verhältnis der ausgefallenen Proben eines Lastniveaus zur Gesamtzahl der Proben auf diesem Lasthorizont die Schadenshäufigkeit ergibt. Dem höchsten Lastniveau, auf dem ausschließlich Brüche auftreten, wird gemäß [Hös1] eine Schadenshäufigkeit von 99 Prozent zugeordnet sowie dem niedrigsten Lasthorizont, auf dem ausschließlich Durchläufer liegen, eine Schadenshäufigkeit von 2 Prozent. Auf Basis der Methode der kleinsten Fehlerquadrate kann mit diesen Werten eine Ausgleichsgerade eingepasst werden, von welcher sich die für die Versuchsauswertungen gesuchten Dauerfestigkeitswerte für eine Schadenswahrscheinlichkeit von 50 Prozent ablesen lassen. Abbildung 32 stellt das benutzte Verfahren schematisch dar.

Die am Pulsator gemessenen Kräfte müssen anschließend noch in die entsprechenden Zahnfußspannungen umgewertet werden, wobei die Unterlast von 2 kN abgezogen wird. Diese wird nur benötigt, um zu jedem Zeitpunkt einen sicheren Kontakt zwischen den Prüfbacken und dem Prüfling zu garantieren und damit unerwünschten Schwingungen innerhalb des Prüfaufbaus oder dem Abheben der Prüfbacken vorzubeugen.

$$\sigma_{F0,Pulsator} = \frac{F_{Pu} \cdot \cos \alpha_n}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \quad (5.10)$$

Bei der Ermittlung der Form- und Spannungskorrekturfaktoren wird darauf geachtet, die mittels eines Profilprojektors geprüfte Ist-Geometrie der Zahnräder zu nutzen. Der Kraftangriffspunkt auf der Zahnflanke am Pulsator wird mittels Feinpapierabdrucken direkt an der Versuchseinrichtung geprüft und dann über den Abstand zum Kopfkreisdurchmesser der Kraftangriffsdurchmesser berechnet. Die Verlagerung unter Last wird mittels einer ebenen FEM-Kontaktrechnung ermittelt (siehe

Kap. 5.2.1.1, Seite 35). Die zugehörigen Parameter der Verzahnung sind in Tabelle 7 aufgeführt, der Abgleich des Schattenrisses ist in Anhang 9 ersichtlich. Es sind jeweils die Grundvarianten der Verzahnungen angegeben, da die Verzahnungsgeometrie bei Variation der restlichen Parameter (Schmierölbohrung, Werkstoffe, ...) konstant bleibt. Da die Zahnfußgeometrie von dem Standard-Referenz-Prüfrad in DIN 3990 abweicht, ist für alle Zahnfußradien die Ermittlung der relativen Stützziffer  $Y_{\delta_{relT}}$  notwendig, um auf DIN 3990-analoge Festigkeitswerte umwerten zu können, ebenso der relative Oberflächenfaktor  $Y_{R_{relT}}$ . Die Zahnweite entspricht dem Zeichnungswert, welcher für alle Versuchsverzahnungen gleich ist.



**Abbildung 32: Modifiziertes Probitverfahren [Hös1]**

Die Berechnung der Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0}$  nach DIN 3990 aus der Pulsatorkraft  $F_{Pu}$  ergibt sich nach folgender Formel:

$$\sigma_{F0,Pulsator} = \frac{F_{Pu} \cdot \cos \alpha_n}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_{OeB} \quad (5.11)$$

Für die bohrungslosen Prüfräder gilt dabei  $Y_{OeB} = 1,0$ . Um für die Werkstoffkennwerte Referenzwerte zu ermitteln, muss auf Basis der nach Formel

(5.7) berechneten Nennspannung und der Annahme einer Zahnfußsicherheit von  $S_F = 1,0$  die Zahnfuß-Grundfestigkeit  $\sigma_{FE}$  ermittelt werden. Dazu ist eine Umstellung der Beziehungen aus der Norm notwendig, welche zu folgender Formel führt:

$$\sigma_{FE,50\%} = \frac{\sigma_{F0,Pulsator} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}}{Y_{\delta relT} \cdot Y_{RrelT}} \cdot f_{Korr} \quad (5.12)$$

**Tabelle 7: Parameter der Versuchsverzahnungen**

Werkzeugkopfabrundungs- radius			$\rho_{a0}/m_n=0,2$	$\rho_{a0}/m_n=0,3$	$\rho_{a0}/m_n=0,4$
Modul	$m_n$	[mm]	5	5	5
Zähnezahl	$z$	[-]	24	24	24
Zahnbreite	$b$	[mm]	35	35	35
Profilverschiebungsfaktor	$x$	[-]	0,102	0,102	0,102
Kopfkürzungsfaktor	$k$		-0,298	-0,298	-0,298
Eingriffswinkel	$\alpha_n$	[Grad]	20	20	20
Kraftangriffsdurchmesser	$d_{an}$	[mm]	130,76	130,76	130,76
Bearbeitung Zahnfuß			gefräst	gefräst	gefräst
Zahnweite über 4 Zähne	$W_k$	[mm]	53,343	53,343	53,343
Spannungskorrekturfaktor	$Y_{Sa}$	[-]	1,9406	1,8366	1,7484
Formfaktor	$Y_{Fa}$	[-]	2,3075	2,3175	2,2661
relative Stützziffer	$Y_{\delta relT}$	[-]	1,0059	1,00095	0,99703
relativer Oberflächenfaktor	$Y_{RrelT}$	[-]	1,028	1,028	1,028

Der Korrekturfaktor für die Umrechnung der am Pulsator gewonnenen Festigkeitswerte auf für Laufverzahnungen gültige Werte wird nach [FH4] mit  $f_{Korr} = 0,90$  für ungestrahlte und gestrahlte Zahnräder angegeben. Sowohl der Stirnfaktor  $K_{F\alpha}$ , der Dynamikfaktor  $K_V$  als auch der Anwendungsfaktor  $K_A$  können bei Pulsatorversuchen unberücksichtigt bleiben. Der Breitenfaktor für die Zahnfußbeanspruchung wurde, wie bereits beschrieben, durch Messungen mit der Feinpapiermethode für die Versuchsreihe mit  $K_{F\beta} = 1,043$  bestimmt. Mit den ermittelten Referenzwerten für  $\sigma_{FE}$  kann im nächsten Schritt der Einfluss der Schmierölbohrung ermittelt werden, da alle Räder eines Werkstoffes aus einer einzigen Charge gefertigt und auch in einer Ofenreise wärmebehandelt wurden. Dadurch hat bei gleicher Zahnfußgeometrie lediglich die Schmierölbohrung Einfluss auf die Zahnfußbeanspruchbarkeit, was sich im Faktor  $Y_{OeB}$  ausdrückt.

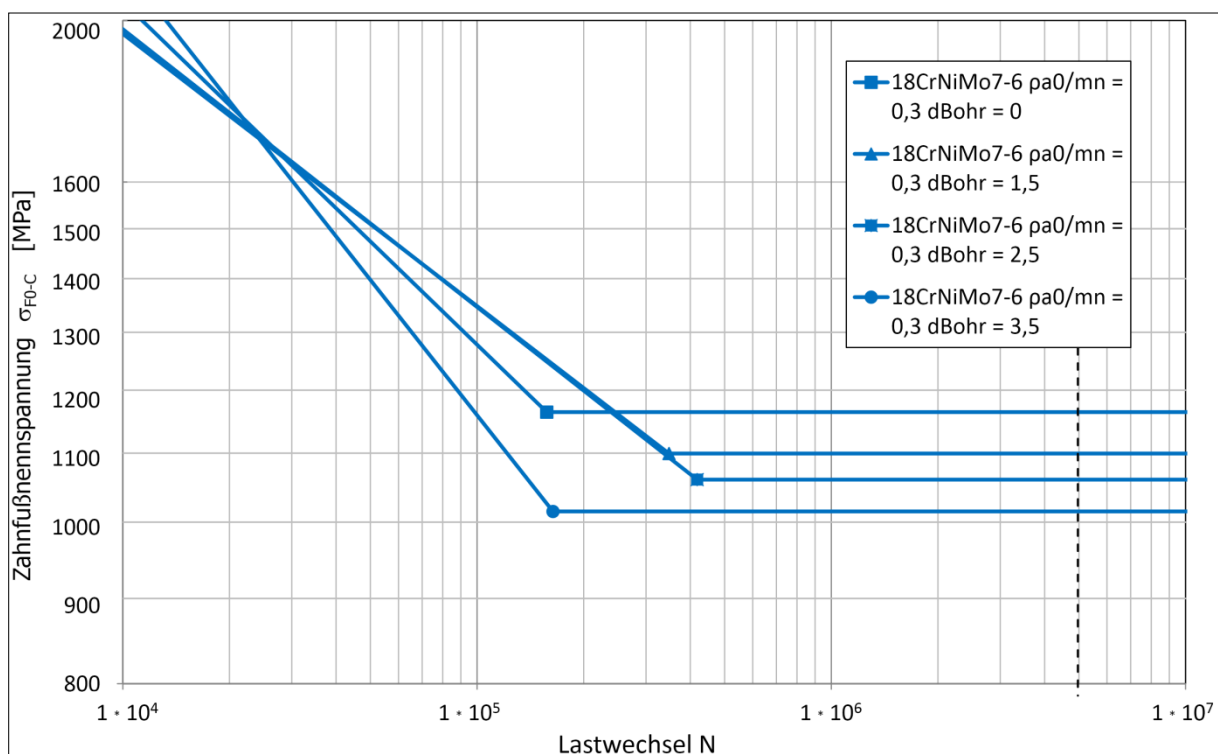
## 5.4 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

### 5.4.1 Geometrievariationen

Abbildung 33 ist zu entnehmen, dass die Räder aus 18CrNiMo7-6 für den mittleren Zahnfußausrundungsradius  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$  einen sehr starken Einfluss der Bohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit zeigen. Bezogen auf die bohrungslose Variante fällt die dauerhaft ertragbare Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0-C}$  von 1164 N/mm<sup>2</sup> auf 1015 N/mm<sup>2</sup> für die Variante mit  $d_B = 3,5$  mm ab, was einer Verringerung um 12,8 Prozent entspricht.

Dieser Wert liegt deutlich über den Erwartungswerten auf Grund der theoretischen Untersuchungen. Betrachtet man die beiden anderen Zahnfußausrundungsradien in Abbildung 34 und Abbildung 35, so zeigt sich zudem ein stark unterschiedliches Bild.

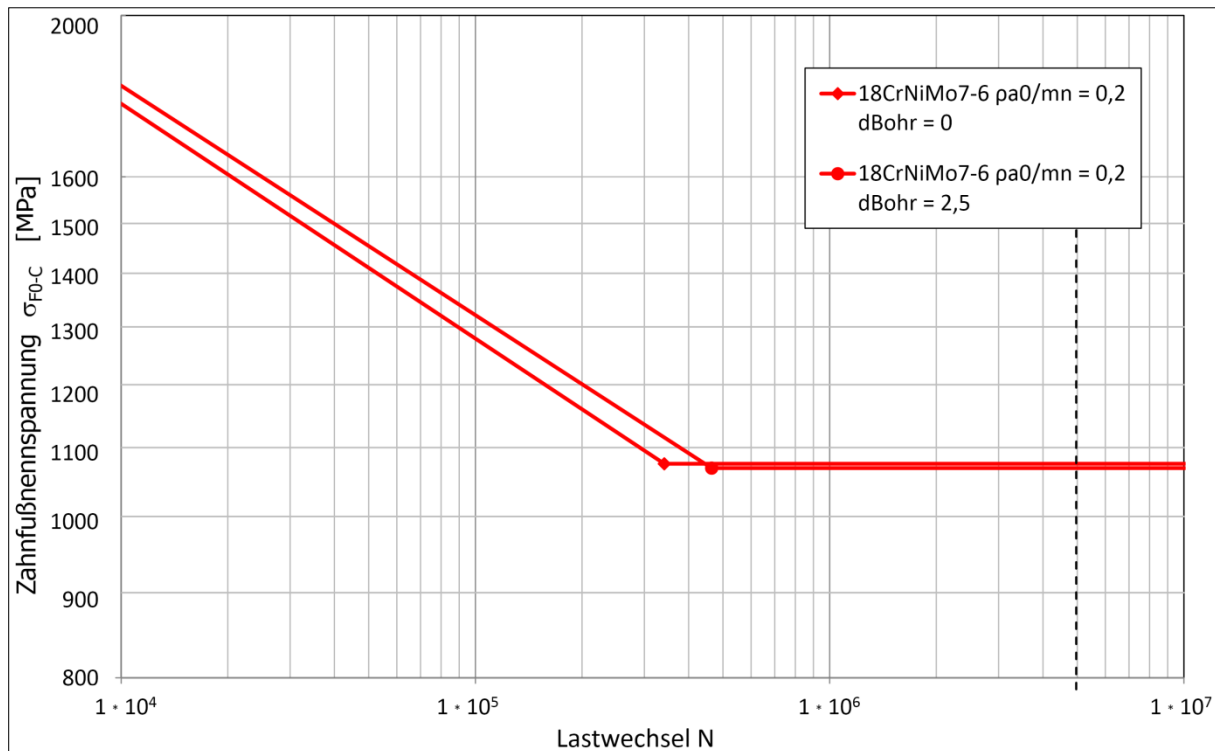
Für  $\rho_{a0}/m_n = 0,2$  wird die Tragfähigkeit lediglich um 0,56 Prozent abgesenkt, im Falle des größten untersuchten Zahnfußausrundungsradius  $\rho_{a0}/m_n = 0,4$  übertrifft die gemessene Zahnfußbeanspruchbarkeit der Variante mit Schmierölbohrung sogar die bohrungslose Referenzvariante um 4,48 Prozent.



**Abbildung 33: Versuchsergebnisse für den Werkstoff 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet und  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$**

Dies entspricht jedoch nur einem Unterschied in den Pulsatorkräften von ca. 2 kN, was der Schrittweite der Prüflastveränderungen entspricht, welche auf Grund der

geringen Probenanzahl bei der Variation der Pulsatorbelastung benutzt wird. Hier ist von einer Schwankung der Werte auszugehen, die bereits nahe des Streubereichs der Messwerte liegt. Dies gilt insbesondere, da eine Verbesserung der Tragfähigkeit sämtlichen theoretischen Betrachtungen und auch den restlichen Versuchsergebnissen entgegensteht.



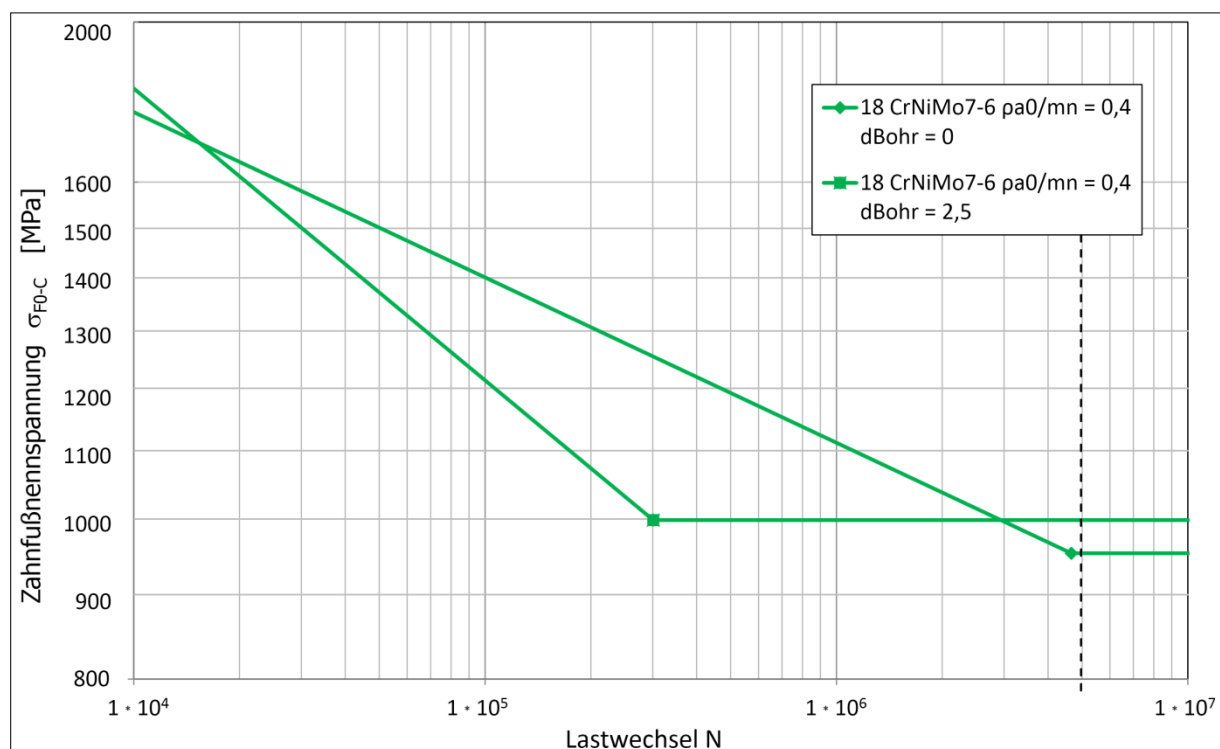
**Abbildung 34: Versuchsergebnisse für den Werkstoff 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet und  $\rho_{a0}/m_n = 0,2$**

#### 5.4.2 Untersuchung anderer Parameter

Weitere Pulsatorversuche erfolgen an kugelgestrahlten (KGS) Versuchsrädern, Varianten mit Bohrungen, deren Rauheit geringer ist, sowie an einer Versuchsvariante, bei der die Bohrung beim Einsatzhärten abgedeckt wurde und daher über keine harte Einsatzschicht verfügt. Ebenso werden Wöhlerlinien aufgenommen, welche den Einfluss der Kranzdicke auf den Einflussfaktor der Schmierölbohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit betrachten. All diese Parameter sind ohne experimentelle Untersuchungen nur mit stark erhöhtem Aufwand oder teilweise gar nicht analysierbar.

Neben den Ursprungsvarianten, die für die Vergleichbarkeit beibehalten werden, sind die beiden Wöhlerlinien für die kugelgestrahlten Varianten in Abbildung 36 dargestellt.

Die kugelgestrahlten Prüfräder weisen wie erwartet eine deutlich höhere Tragfähigkeit auf, wobei die Steigerung mit 24,1 Prozent im unteren Bereich des üblichen Rahmens liegt. In den hier durchgeführten Untersuchungen erzielt die Variante mit Schmierölbohrung sogar eine geringfügig höhere Tragfähigkeit, wobei der Unterschied weniger als 1 kN Prüfkraft beträgt. Ursache ist zudem ein sehr später Zahnbruch bei der bohrungslosen Variante, der erst bei über 3 Millionen Lastwechseln auftrat. Auf Grund des speziellen Auswerteverfahrens (s. Seite 39) muss die Pulsatorbelastung nochmals gesenkt werden, wodurch der niedrigste Lasthorizont, auf dem ausschließlich Durchläufer auftreten, entsprechend niedriger liegt. Würde man diesen einzelnen Versuchspunkt bei der Versuchsauswertung ausschließen, ergäbe sich für beide Varianten eine identische Zahnfußtragfähigkeit.



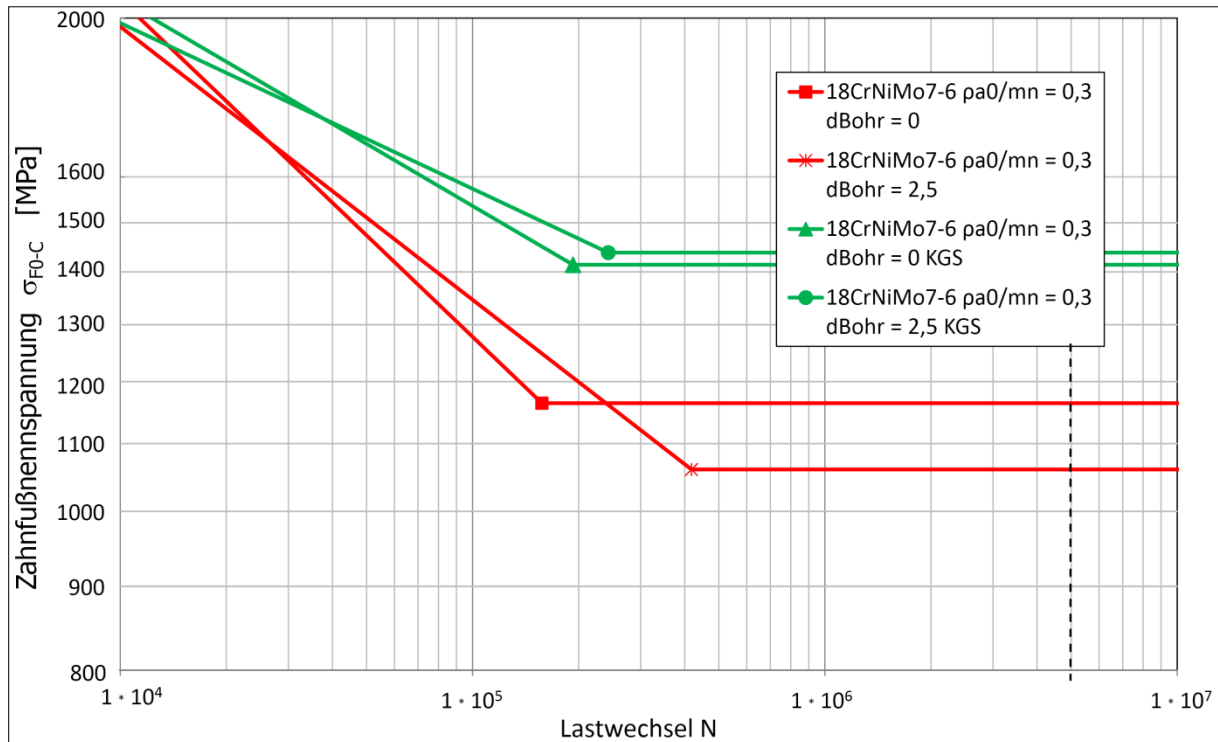
**Abbildung 35 : Versuchsergebnisse für den Werkstoff 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet und  $\rho_{a0}/m_n = 0,4$**

Bei den kugelgestrahlten Rädern kommt es in einem Fall – bedingt durch die deutlich höheren Prüfkraft – auch zu einem Versagen des Zahnes durch einen duktilen Bruch im Bereich des Zahnkopfes. In den Werkstoffuntersuchungen kann festgestellt werden, dass in diesem Bauteilbereich ein erhöhter Restaustenitgehalt vorliegt. In Verbindung mit der Spannungsverteilung im Zahninneren, wie in Abbildung 37 b) dargestellt, ist dies die Ursache für dieses Sonderereignis.

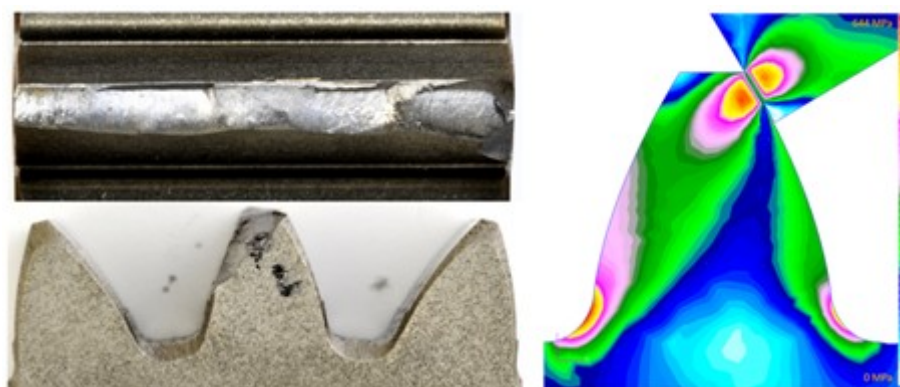
Für die Parameter Kranzdicke, Rauheit der Bohrung und Härte der Bohrung zeigt sich kein nennenswerter Einfluss auf die Zahnfußtragfähigkeit, wie in Abbildung 38



ablesbar ist. Sämtliche Ergebnisse streuen geringfügig um die Werte der Ausgangsvariante mit  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$  und  $d_B = 2,5$  mm. Für die Analyse zum Einfluss der Kranzdicke  $s_K$  werden die Ergebnisse der theoretischen Untersuchungen damit weitestgehend bestätigt.



**Abbildung 36: Versuchsergebnisse der kugelgestrahlten Versuchsräder**



a) Bruchbild

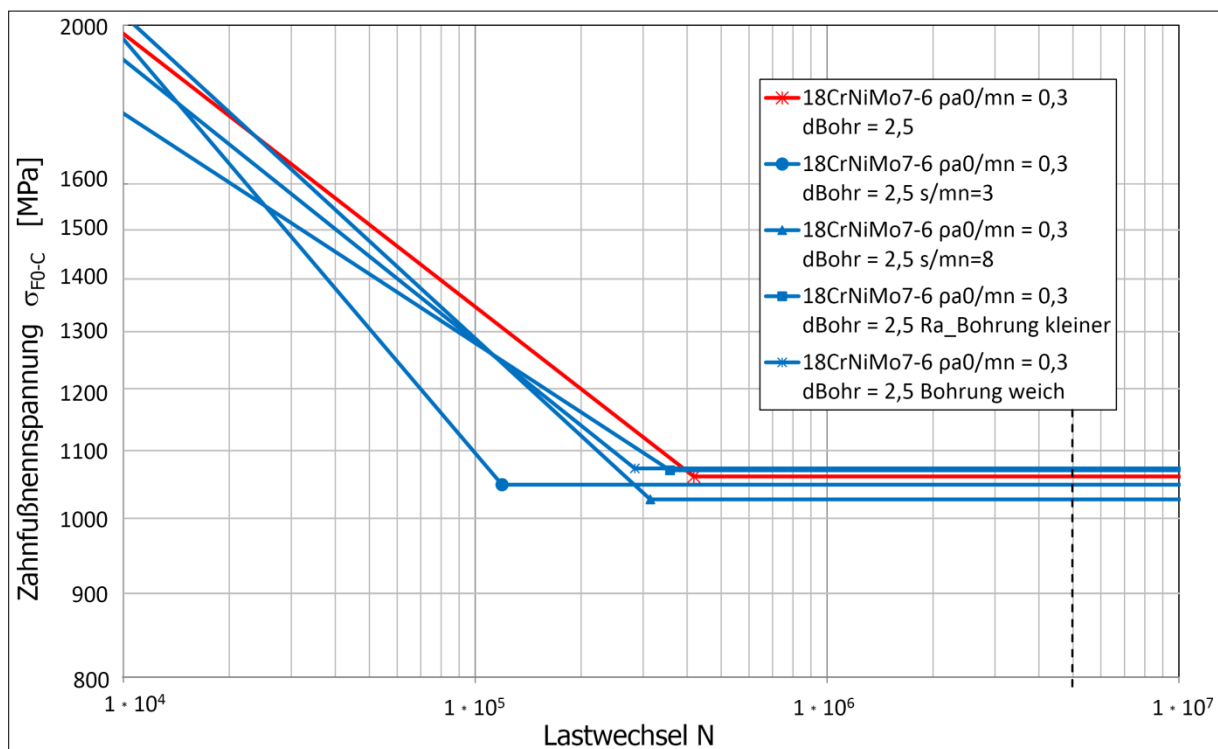
b) Spannungsverteilung im Zahnquerschnitt

**Abbildung 37: Duktiler Bruch im Zahnkopfbereich**

Die Variante mit dem dünnen Zahnkranz weist exakt die gleiche Tragfähigkeit auf wie die Referenzvariante mit  $s_K/m_n = 5$ . Für den verstärkten Radkörper mit  $s_K/m_n = 8$

wird das höchste Lastniveau, auf dem ausschließlich Durchläufer auftreten, erst eine Laststufe tiefer erreicht. Auf Grund des speziellen Auswertungsverfahrens muss damit die erreichbare Dauerfestigkeit für diese Versuchsvariante entsprechend abgesenkt werden. Mit mehr Versuchspunkten wäre in diesem Fall eine feinere Abstufung bei den Lastniveaus möglich gewesen. Dies hätte die Varianten mit  $s_K/m_n = 8$  sowie die Ausgangsvariante mit  $s_K/m_n = 5$  voraussichtlich noch näher aneinander liegen lassen, da auch die theoretischen Zahnfußspannungswerte aus den FEM-Untersuchungen nahezu identisch sind.

Für den Untersuchungspunkt „geringere Rauheit der Bohrung“ kann festgestellt werden, dass die Rauheit der Bohrung praktisch keinen Einfluss auf die Zahnfußtragfähigkeit hat. Alle bekannten Informationen zu Dauerbrüchen gehen jedoch von einer Verbesserung der Beanspruchbarkeit gekerbter Bauteile bei geringerer Rauheit aus. Mit Blick auf die FEM-Ergebnisse sind die Versuchsergebnisse jedoch plausibel: Der Ort des Spannungsmaximums liegt nicht an der Bohrung, sondern im Zahnfußbereich. Eine Veränderung der Rauheit der Bohrung hätte jedoch lediglich Auswirkungen auf die Entstehung von Anrissen, die von der Bohrung oder der Bohrungskante ausgehen. Dieser Punkt ist daher für den praktischen Einsatz der Bohrungen von Interesse, wenn aus Schmierungsgründen sehr große Ölbohrungen eingesetzt werden, die laut den Ergebnissen der FEM-Untersuchungen eine Verlagerung des Spannungsmaximums an die Bohrungskante hervorrufen.



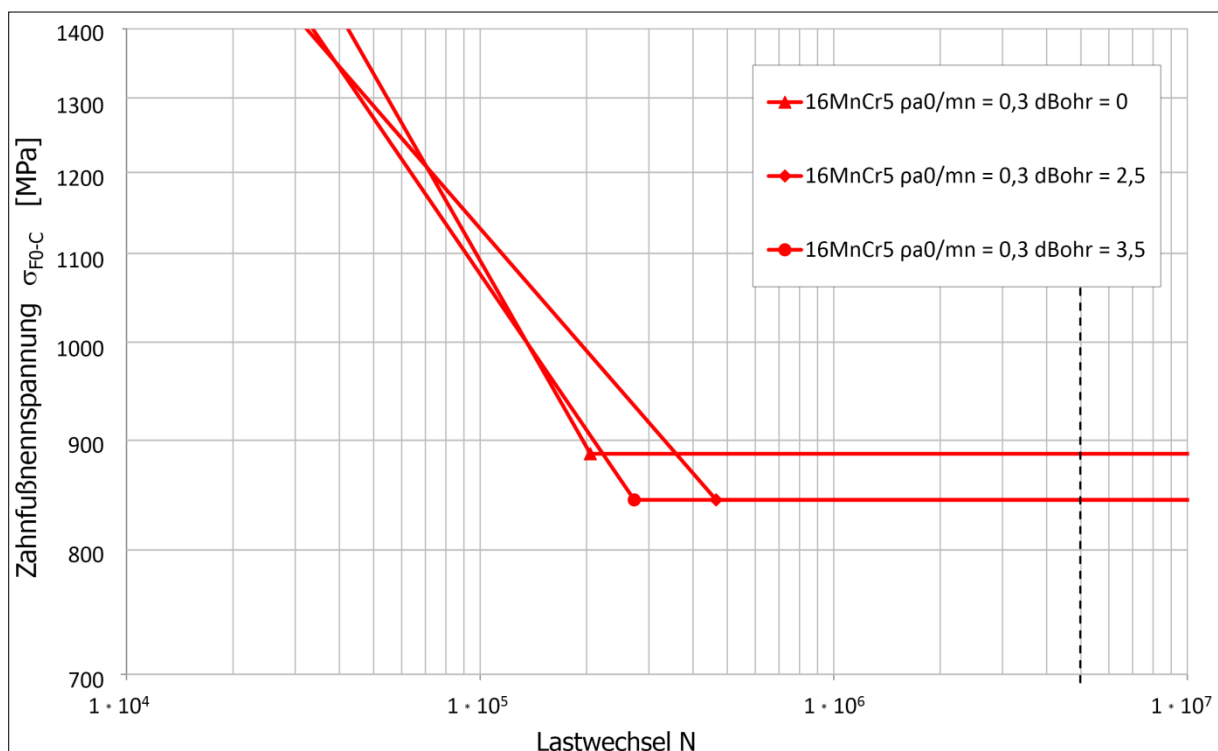
**Abbildung 38: Versuchsergebnisse für die Untersuchung anderweitig schwer zugänglicher Parameter – Kranzdicke und Bohrung**

### 5.4.3 Einfluss des Werkstoffes

Eine Veränderung des Prüfradwerkstoffes hat vor allem Einfluss auf die absoluten Werte der erreichten Zahnfußfestigkeiten. Abbildung 39 stellt die Ergebnisse für den Einsatzstahl 16MnCr5 dar.

Für diesen Werkstoff zeigt sich ein Abfall der Zahnfußtragfähigkeit nur in Abhängigkeit von der Existenz der Schmierölbohrung. Die Größe der Bohrung bewirkt dabei keinen Unterschied, die erreichbaren Zahnfußnennspannungen sind in beiden Fällen um 4,8 Prozent geringer gegenüber der bohrungslosen Variante.

Für den Nitrierstahl 31CrMoV9 zeigt sich ein minimal anderer Bohrungseinfluss im Vergleich zu 18CrNiMo7-6. Die in Abbildung 40 dargestellten Ergebnisse weisen für  $d_B = 3,5$  mm sowie für die Variante mit der geriebenen Bohrung mit  $d_B = 2,5$  mm einen Tragfähigkeitsverlust von ebenfalls 4,8 Prozent gegenüber der Variante ohne Schmierölbohrung auf. Die Rauheit der Bohrung hat dabei keinen nachweisbaren Einfluss. Die zugehörige Versuchsreihe mit  $d_B = 2,5$  mm liegt exakt auf dem gleichen Lastniveau wie die Versuchsreihe mit  $d_B = 3,5$  mm. Im Fall der kleineren Bohrung mit  $d_B = 2,5$  mm sinkt die Beanspruchbarkeit sogar um 7,3 Prozent.

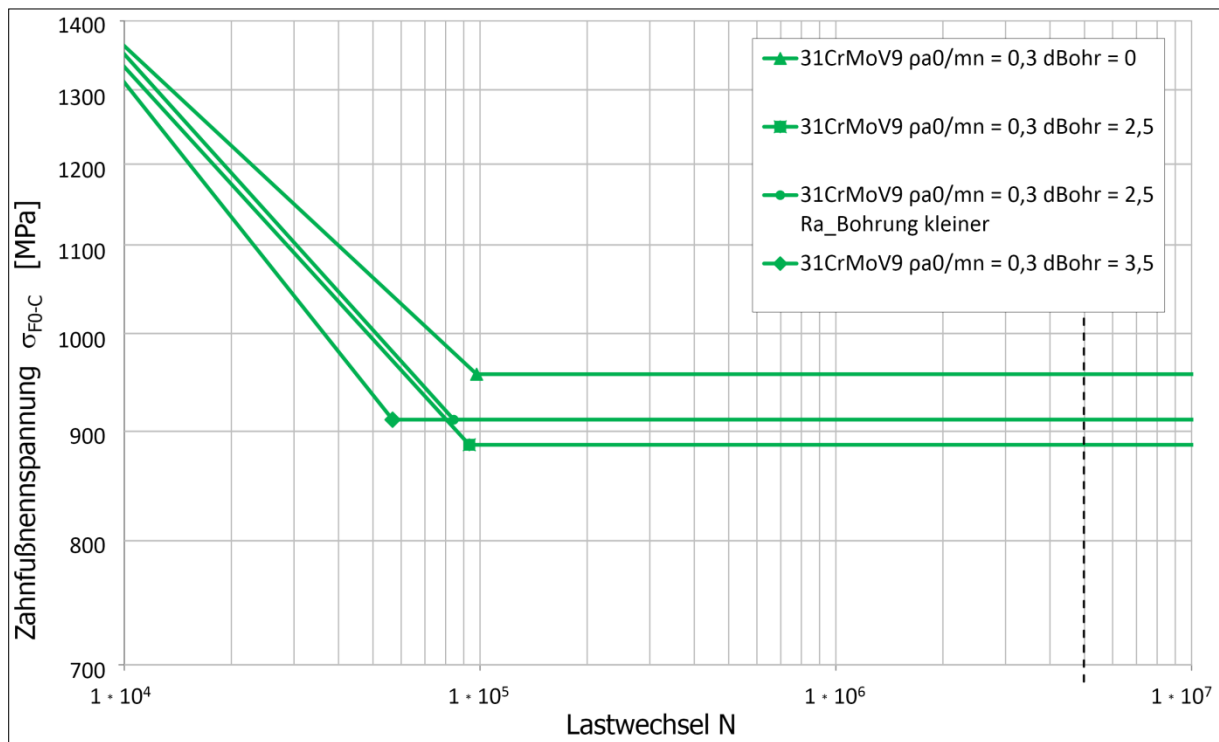


**Abbildung 39: Versuchsergebnisse für 16MnCr5, einsatzgehärtet**

Dies ist ein weiterer Hinweis auf die Streubreite der Messwerte, da die Variante mit der kleineren Bohrung auf Basis der theoretischen Untersuchungsergebnisse nicht unterhalb der Tragfähigkeit der Versuchsreihe mit  $d_B = 3,5$  mm liegen sollte. Der

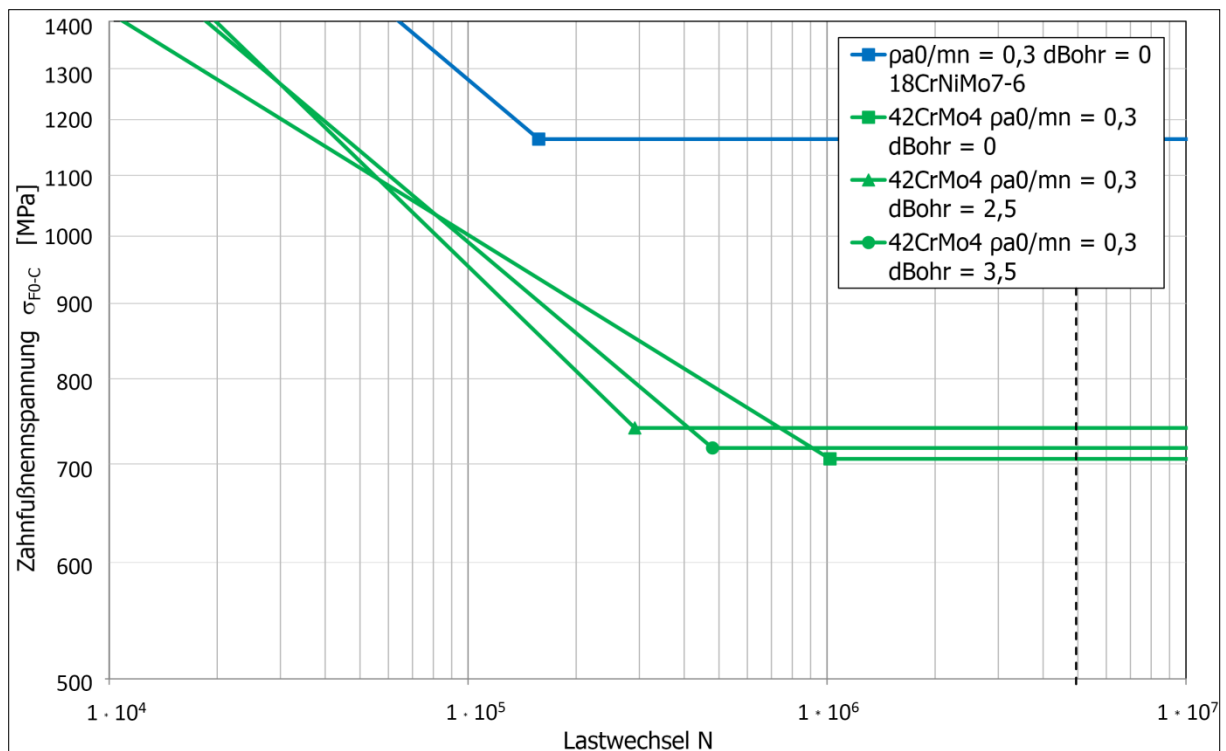
Grund für die weitere Absenkung der Beanspruchbarkeit ist ein später Zahnbruch bei knapp 2,6 Millionen Lastwechseln für eine Prüflast von  $F_{PU} = 38 \text{ kN}$  für diese Variante, wodurch die Grenze für Durchläufer noch eine Laststufe tiefer gesetzt wird.

Für den Vergütungsstahl 42CrMo4 ist im Gegensatz zu den Werkstoffen mit einer harten Randschicht kein Einfluss der Schmierölbohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit nachweisbar. Alle drei Geometrievarianten dieses Werkstoffes liegen (s. Abbildung 41), auf einem nahezu identischen Lastniveau bezüglich ihrer Zahnfußfestigkeit. Die minimal höhere Beanspruchbarkeit der Variante mit  $d_B = 3,5 \text{ mm}$  ist dadurch begründet, dass diese Variante als letzte aus diesem Versuchsblock geprüft wird. Dadurch liegen die Startwerte zur Ermittlung des Dauerfestigkeitsbereiches genauer fest, womit bei einem letzten Versuchspunkt noch ein Durchläufer entsteht, für den die Last lediglich um 1 kN gegenüber dem bisher erreichten Dauerfestigkeitsniveau angehoben wird, während die Schrittweite der Lasten sonst immer 2 kN beträgt.



**Abbildung 40: Versuchsergebnisse für 31CrMoV9, nitriert**

Zur Einordnung der Ergebnisse werden diese für die bohrungslosen Referenzvarianten gemäß dem weiter oben beschriebenen Verfahren (s. Formel 5.8) auch in Zahnfußdauerfestigkeiten  $\sigma_{FE}$  nach DIN 3990 Teil 5 [DIN1] umgerechnet. Tabelle 8 listet die erreichten Festigkeitswerte auf.



**Abbildung 41: Versuchsergebnisse für 42CrMo4, vergütet**

**Tabelle 8: Erreichte Festigkeitswerte  $\sigma_{FE}$  der Werkstoffe der Versuchsräder ohne Bohrung**

Werkstoff	18CrNiMo7-6	16MnCr5	31CrMoV9	42CrMo4
$\sigma_{FE}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	978	808	853	642

Die Werte liegen im erwarteten Bereich, wobei noch einmal betont werden muss, dass die einsatzgehärteten Prüfräder nicht reinigungsgestrahlt wurden. Die Referenzräder zur Ermittlung der Zahnfußtragfähigkeit  $\sigma_{FE}$  in DIN 3990 wiesen diese Strahlbehandlung jedoch auf. Die Festigkeitswerte ungestrahlter Räder liegen dabei meist etwas unterhalb der sonst üblichen Werte.

Die Tabelle 9 fasst die Ergebnisse der Schwelllastversuche noch einmal zusammen und gibt die prozentuale Änderung der erreichten Zahnfußnennspannungen gegenüber den jeweiligen bohrungslosen Referenzvarianten an.

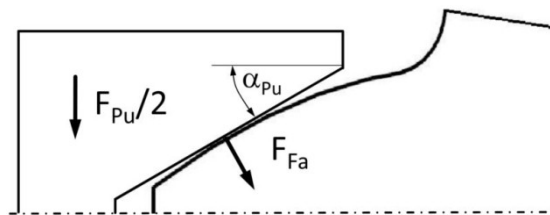
**Tabelle 9: Zusammenfassung der Versuchsergebnisse**

Variante	$\sigma_{F0-C}$ für Dauerfestigkeit [MPa]	$\Delta\sigma_{F0-C}$ [%]
$\rho_{a0}/m_n = 0,2$ $d_{Bohr} = 0$ 18CrNiMo7-6	1075,6	---
$\rho_{a0}/m_n = 0,2$ $d_{Bohr} = 2,5$ 18CrNiMo7-6	1069,3	-0,59
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 0$ 18CrNiMo7-6	1164,2	---
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 1,5$ 18CrNiMo7-6	1099,6	-5,55
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 2,5$ 18CrNiMo7-6	1060,6	-8,90
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 3,5$ 18CrNiMo7-6	1014,9	-12,82
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 2,5$ 18CrNiMo7-6, $s_K = 3 \cdot m_n$	1048,5	-9,94
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 2,5$ 18CrNiMo7-6, $s_K = 8 \cdot m_n$	1027,1	-11,78
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 2,5$ 18CrNiMo7-6, $Ra_{Bohrung}$ geringer	1069,9	-8,10
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 2,5$ 18CrNiMo7-6, Bohrung weich	1072,8	-7,85
$\rho_{a0}/m_n = 0,4$ $d_{Bohr} = 0$ 18CrNiMo7-6	953,4	---
$\rho_{a0}/m_n = 0,4$ $d_{Bohr} = 2,5$ 18CrNiMo7-6	998,6	4,74
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 0$ 18CrNiMo7-6, kugelgestrahlt	1414,2	---
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 2,5$ 18CrNiMo7-6, kugelgestrahlt	1438,4	1,72
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 0$ 16MnCr5	887,1	---
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 2,5$ 16MnCr5	844,2	-4,83
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 3,5$ 16MnCr5	844,2	-4,83
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 0$ 31CrMoV9	957,1	---
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 2,5$ 31CrMoV9	887,1	-7,31
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 2,5$ 31CrMoV9, $Ra_{Bohrung}$ geringer	911,4	-4,78
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 3,5$ 31CrMoV9	911,4	-4,78
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 0$ 42CrMo4	705,7	---
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 2,5$ 42CrMo4	740,7	4,96
$\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_{Bohr} = 3,5$ 42CrMo4	717,8	1,72

#### 5.4.4 Ergebnisse der Wechsellastversuche

Bei der Auswertung der Wechsellastversuche stehen zwei Punkte im Fokus: Zum einen der Einfluss der Schmierölbohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit unter Wechsel-last, zum anderen jedoch auch die Überprüfung des Wechsellastfaktors  $Y_{A_r}$ , da dieser Einflussfaktor für Zwischenräder, wie z. B. Planetenräder, von Bedeutung ist. Da auch die Prüfräder für diese Versuche aus der gleichen Werkstoff- und Wärme-behandlungscharge wie die Schwelllasträder (18CrNiMo7-6) stammen, kann von identischen Festigkeitswerten  $\sigma_{FE}$  für alle Räder ausgegangen werden. Durch einen Vergleich der bohrungslosen Varianten kann somit der Wechsellastfaktor rechnerisch überprüft werden. Wichtig ist dabei die Umrechnung der vom Pulsator aufgebrauchten Kraft in die zugehörige Zahnnormalkraft gemäß folgender Beziehung:

$$F_{Fa} = \frac{F_{Pu}}{2 \cdot \cos \alpha_{Pu}} \quad (5.9)$$



**Abbildung 42: Kraftangriff der Prüfvorrichtung für Wechsellastversuche**

Dabei entspricht  $F_{Pu}$  der vom Pulsator aufgebrauchten Gesamtkraft, die sich auf zwei Prüzfähne aufteilt, und  $\alpha_{Pu} = 30^\circ$  dem halben Öffnungswinkel der Einsatzstücke. Bei den Wechsellastversuchen wird prinzipbedingt keine Unterlast abgezogen, da diese bei den Schwelllastversuchen lediglich zur Sicherstellung der Auflage der Zahnflanken auf die Prüfvorrichtung notwendig ist. Der tatsächlich auftretende Kraftangriffsdurchmesser am Zahn wird anhand der Verschleißmarkierungen an geprüften Zähnen messtechnisch mit  $d_{an} = 131$  mm bestimmt. Es zeigt sich auch an den Bruchbildern, dass die Breitenlastverteilung durch die Versuchsvorrichtung etwas ungünstiger ausfällt, weshalb für die Auswertung der Versuche auf Grund der Messungen  $K_{F\beta, WL} = 1,114$  gesetzt wird. Da durch den geringfügig anderen Kraftangriffspunkt sowohl der Formfaktor  $Y_{Fa}$  als auch der Spannungskonzentrationsfaktor  $Y_{Sa}$  von den Werten der Schwelllastversuchsräder abweichen, sind in Tabelle 10 die wichtigsten Angaben für die Wechsellasträder noch einmal zusammengefasst.

Berechnet man für die ermittelte dauerfeste Pulsatorkraft von  $F_{Pu} = 54,94$  kN der Wechsellasträder mit  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$  und  $d_B = 0$  mm die Zahnfußdauerfestigkeit  $\sigma_{FE, WL}$ , so steht diese zu der für die in den Versuchen unter Schwelllast bestimmten

Festigkeit  $\sigma_{FE}$  in einem Verhältnis, welches dem Anwendungsfaktor  $Y_A$  für Wechsellast entspricht. Im vorliegenden Fall kann dieser so mit 0,702 ermittelt werden, die Literatur [DIN1, Teil 5], welche 0,7 angibt, wird damit sehr gut bestätigt.

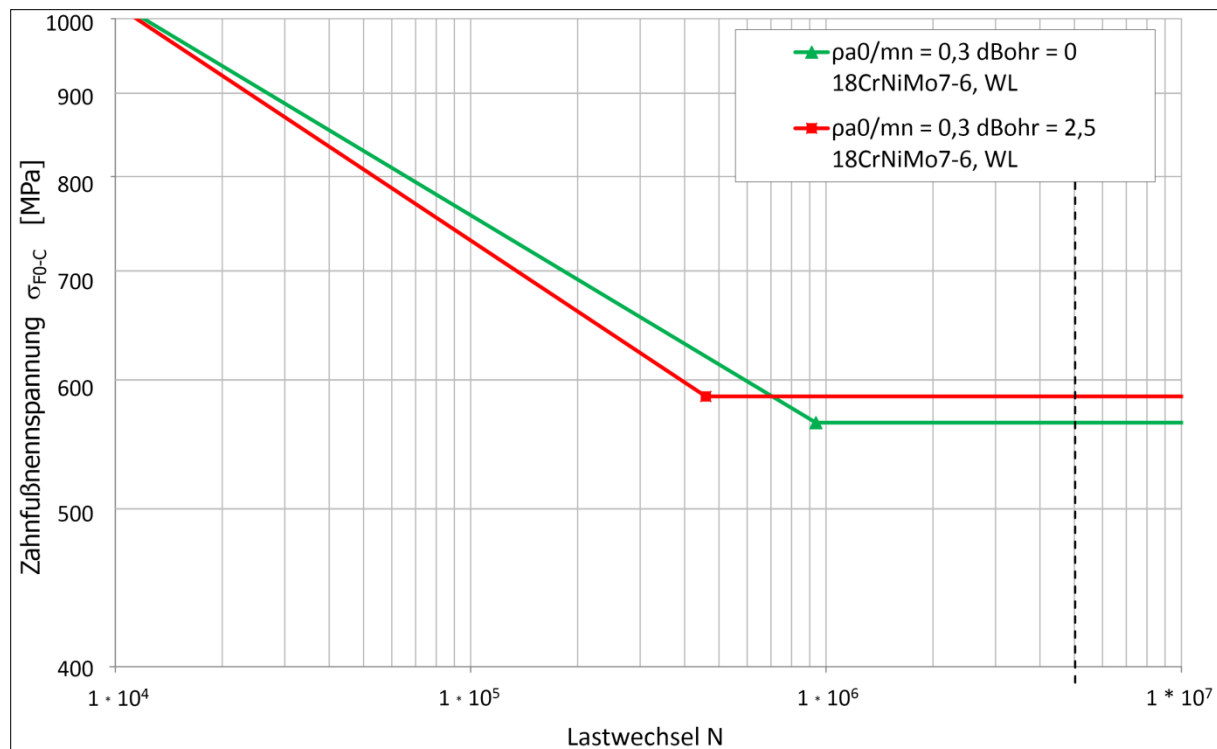
**Tabelle 10: Parameter und Faktoren für Wechsellasträder**

Werkzeugkopfabrundungsradius	$\rho_{a0}/m_n$	[-]	0,3
Modul	$m_n$	[mm]	5
Zähnezahl	$z$	[-]	24
Zahnbreite	$b$	[mm]	35
Profilverschiebungsfaktor	$x$	[-]	0,102
Kopfkürzungsfaktor	$k$	[-]	-0,298
Eingriffswinkel	$\alpha_n$	[Grad]	20
Kraftangriffsdurchmesser	$d_{an}$	[mm]	131,0
Bearbeitung Zahnfuß			gefräst
Zahnweite über 4 Zähne	$W_k$	[mm]	53,343
Spannungskorrekturfaktor	$Y_{Sa}$	[-]	1,8266
Formfaktor	$Y_{Fa}$	[-]	2,3546
relative Stützziffer	$Y_{\delta relT}$	[-]	1,00095
relativer Oberflächenfaktor	$Y_{RrelT}$	[-]	1,028
Breitenlastfaktor	$K_{F\beta, WL}$	[-]	1,114

Betrachtet man die in Abbildung 43 dargestellten Ergebnisse der beiden Wöhlerlinien der Versuchsvarianten der Wechsellastversuche, so ist ersichtlich, dass die Schmierölbohrung im Rahmen der durchgeführten Versuche keinen messbaren Einfluss auf die Zahnfußtragfähigkeit unter Wechsellast hat.

Die sogar geringfügig höhere Tragfähigkeit der Prüfvariante mit Schmierölbohrung ist auf einen Durchläufer bei  $F_{Pu} = 54$  kN zurückzuführen, wodurch der niedrigste Lasthorizont, auf welchem ausschließlich Brüche auftreten, hier mit  $F_{Pu} = 56$  kN belegt wird. Es gilt auch zu bedenken, dass die Prüfvorrichtung für die Wechsellastversuche eine schlechtere Möglichkeit zur Einstellung des Breitenlasttragbildes bietet, wodurch eine Kontrolle vor Versuchsbeginn nicht in dem Ausmaß möglich ist wie bei den Schwellastversuchen. Es muss also von einer geringfügig höheren Streuung der Messwerte ausgegangen werden.





**Abbildung 43: Ergebnisse der Wechsellastversuche**

## 5.5 Streuung der Messergebnisse

Allgemein kann die Streuung der Messwerte für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen mit etwa 5 Prozent angenommen werden. Haupteinflussgrößen sind die Werkstoffkennwerte, die Breitenlastverteilung sowie die Lage des Kraftangriffspunktes am Zahnkopf.

Bei den Werkstoffkennwerten ist aus [FH3] bekannt, dass nicht reinigungsgestahlte Zahnräder eine größere Streuung der Versuchswerte aufweisen als reinigungsgestahlte Räder. Bei der Bestellung der Prüfräder wurde aus diesem Grund großer Wert darauf gelegt, dass alle Räder gleichen Werkstoffes und gleicher Wärmebehandlung aus jeweils einer Werkstoffcharge zu fertigen und auch in einer Ofenreise unterzubringen waren. Dadurch reduziert sich die Streuung der Werkstoffkennwerte auf ein Minimum.

Die Breitenlastverteilung unterliegt im Rahmen der Fertigungstoleranzen und dem Einstellen der Auflageplatten geringen Schwankungen, insbesondere im Bereich der Dauerfestigkeitsversuche. Es wird aber besonders große Sorgfalt auf eine gleichmäßige Einrichtung der Prüfvorrichtung gelegt und diese mit Hilfe der Feinpapiermethode überprüft.

Die Lage des Kraftangriffspunktes am Zahnkopf kann durch diese Maßnahmen nicht beeinflusst werden; die Versuchsvorrichtung weist jedoch für alle Prüfräder die exakt gleiche Geometrie auf, so dass lediglich die Schwankungen der Zahndicke der Versuchsräder zu Streuungen der Messwerte führen. Die geforderte Verzahnungsqualität der Stufe 6 wurde jedoch für alle Zahnräder erreicht oder sogar unterschritten, womit die aus der Schwankung der Zahndicke resultierenden Abweichungen der Messergebnisse minimal sind.

Betrachtet man die Messreihen im Einzelnen, lässt sich feststellen, dass in sehr vielen Fällen nur eine einzige Laststufe die Horizonte mit ausschließlich Durchläufern und diejenigen mit ausschließlich Brüchen trennt. Dies entspricht einem Abstand der Belastungen von ca. 4,5 Prozent. Die Versuchsergebnisse bilden die erwartete Streuung also sehr gut ab.

Die Kalibrierkennlinien der benutzten Pulsatoren liegen vor (s. Anhang 54 bis 58). Für die Versuchsstände der Untersuchungen unter Schwelllast liegt der mittels einer separaten Kraftmessdose ermittelte systematische Messfehler bei  $d = 0,82$  Prozent bzw.  $d = 1,20$  Prozent. Für den Prüfstand der Wechsellastversuche liegt ebenfalls eine Kalibrierkennlinie vor. Nach Rücksprache mit dem zuständigen Prüfstandsbetreuer Herrn Recke ist mit einem aktuellen systematischen Messfehler von unter drei Prozent zu rechnen.

## **5.6 Ergebnisse der werkstofftechnischen Untersuchungen**

Es werden für alle Werkstoffe Untersuchungen durchgeführt, die – soweit notwendig – neben metallographischen Betrachtungen auch die Bestimmung der Härtetiefenverläufe und die Bestimmung des Restaustenitgehaltes umfassen [IWW]. Die Härtetiefenverläufe werden dabei am Zahnfuß im Bereich des Berührungspunktes der 30°-Tangente bestimmt. Die Bilder der Gefügeuntersuchungen sind im Anhang 47 bis 53 zu finden.

### **5.6.1 Ergebnisse für 18CrNiMo7-6**

Übereinstimmend wird für drei Zähne aus 18CrNiMo7-6 ein weitestgehend gleicher Werkstoffzustand festgestellt; eine Beurteilung des Schliffbildes zeigt eine typische Struktur für diesen Einsatzstahl. Im Zahnfußbereich liegt der Restaustenitgehalt unter der lichtoptischen Nachweisgrenze von 10 - 15 Prozent. Die nach DIN EN ISO 2639 [DIN2] bestimmte Einsatzhärtetiefe für eine Grenzhärte von 550 HV 1 beträgt  $CHD = 1,3$  mm. Ausgehend von den Werten der Kernhärten werden die Zugfestigkeiten über eine Umrechnung nach DIN EN ISO 18265 [DIN3] bestimmt: Als

Mittelwert ergibt sich daraus eine Festigkeit von  $R_m = 1298 \text{ N/mm}^2$ . Dabei sind größere Streuungen der Zugfestigkeit zu verzeichnen, welche ein Erklärungsansatz für die teilweise größere Streuung der in den Versuchen ermittelten Dauerfestigkeitswerte  $\sigma_{FE}$  der Räder aus 18CrNiMo7-6 sein können. Dies gilt insbesondere für die bohrungslosen Referenzvarianten. Ein Grund für die Streuung der Zugfestigkeiten ist bei den Gefügeuntersuchungen nicht erkennbar. Während ein bainitisch-martensitisches Kerngefüge nachgewiesen wird, zeigt sich für alle drei Zähne im Kopfbereich ein Gefüge aus Martensit und deutlich erhöhtem Restaustenit. Restaustenitbedingte Schleifrisse sind im Gegensatz dazu nicht vorhanden. Da die Verzahnungen jedoch nur vom Zahnkopf bis in Höhe des Teilkreises geschliffen wurden, wären diese für die Versuchsergebnisse folglich auch bedeutungslos.

### 5.6.2 Ergebnisse für 16MnCr5

Im Randschichtbereich ist nur in einem kleineren Bereich des Zahnkopfes Restaustenit nachweisbar. Das Kerngefüge besteht aus Martensit und Bainit mit einer Härte von 440 HV 1, was einer Zugfestigkeit von  $R_m = 1350 \text{ N/mm}^2$  entspricht. Die Einsatzhärtetiefe beträgt CHD 550 HV 1 = 1,15 mm.

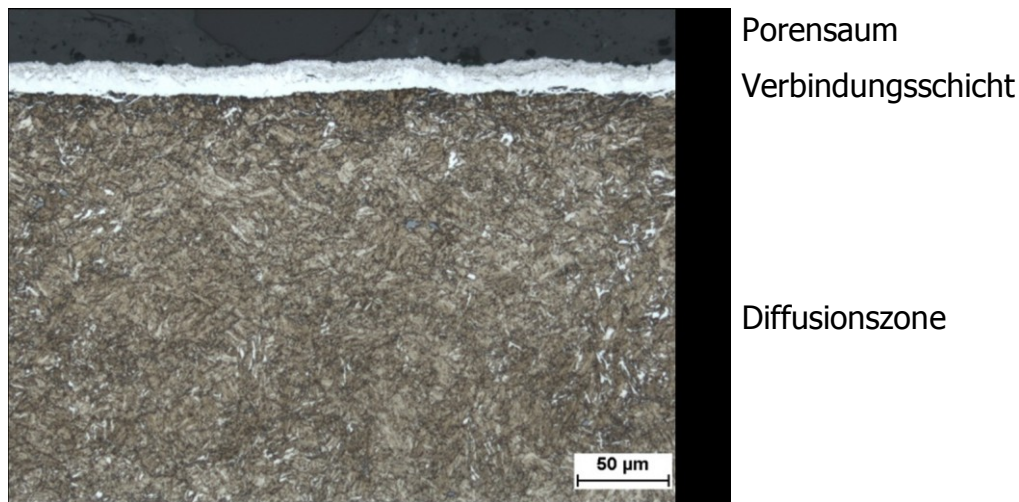
### 5.6.3 Ergebnisse für 42CrMo4

Für den Vergütungsstahl liegt ein Vergütungsgefüge mit einer Härte von 237 .. 261 HV 1 vor, was in eine Zugfestigkeit von rund  $R_m = 700 \text{ N/mm}^2$  umgerechnet werden kann. Dieser Festigkeitswert liegt deutlich unter dem geforderten Wert von  $R_m = 850 - 950 \text{ N/mm}^2$  und unterschreitet auch den auf dem Lieferschein des Werkstofflieferanten angegebenen Wert von  $R_m = 980 \text{ N/mm}^2$  deutlich. Eventuell wurde das Rohmaterial zu stark angelassen, was die geringen Härtewerte erklären würde. Die geringe Härte könnte auch Ursache für die bei den Versuchen vereinzelt aufgetretenen plastischen Deformationen im Zahnkopfgebiet im Bereich der Auflage auf den Prüfbacken sein.

### 5.6.4 Ergebnisse für 31CrMoV9

Wie in Abbildung 44 zu sehen, kann eine sehr gleichmäßige Verbindungsschicht samt darunter liegender Diffusionszone nachgewiesen werden. Die Schichtdicke der Verbindungsschicht beträgt in diesem Fall  $s = 17 \mu\text{m}$ . Im Kernbereich liegt ein Vergütungsgefüge mit einer mittleren Härte von 294 HV 1 und einer daraus resultierenden Zugfestigkeit von  $R_m = 860 \text{ N/mm}^2$  vor. Mit einer aus der Kern-

härte + 50 HV 0,5 errechneten Grenzhärte von 340 HV 0,5 wird eine Nitrierhärte tiefe  $N_{ht} (340 \text{ HV } 0,5) = 0,34 \text{ mm}$  bestimmt.



**Abbildung 44: Randschichtgefüge mit Verbindungsschicht für 31CrMoV9**

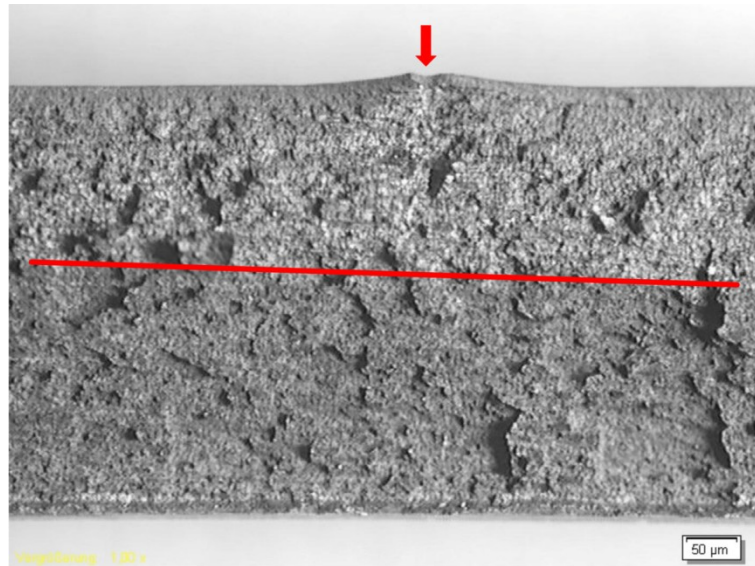
### 5.6.5 Untersuchung des Bruchbildes

Neben den Werkstoffuntersuchungen wird an einem Zahn aus dem Werkstoff 31CrMoV9 auch eine Bruchbildanalyse durchgeführt. Es handelt sich um einen Zahn aus Untersuchungen auf den zeitfesten Lastniveaus, wobei hier die höchste Prüflast von  $F_{pu} = 68 \text{ kN}$  vorliegt. Durch die daraus resultierende geringe Lastwechselzahl entstand kein makroskopisch markantes Dauerbruchbild. Die Bruchfläche, von welcher in Abbildung 45 ein Ausschnitt dargestellt ist, weist jedoch eine deutliche Zweiteilung auf, die zur besseren Darstellung durch eine Linie hervorgehoben wird.

Die mit einem Pfeil markierte Auswölbung an der Bruchkante entstand durch den Einfluss der an dieser Stelle liegenden Schmierölbohrung. Eine weitere Auswertung mittels Rasterelektronenmikroskop zeigt in diesem Bereich eine scharfe helle Bruchkante, welche die Bruchfläche teilt. Zusammen mit den starken Verreibungen im Umfeld der Kante deutet dies auf den Anrissort hin.

Die mikroskopische Betrachtung weist für den makroskopisch hellen Bruchflächenbereich (Fläche oberhalb der Trennlinie) Ermüdungsbruchmerkmale auf, wie z. B. parallel zur Oberfläche verlaufende Ermüdungsrisse. Im Bereich der Restbruchfläche zeigt sich ein duktiler Gewaltbruch mit der typischen Grübchenstruktur, die durch Sulfidzeilen unterbrochen wird.

Die restlichen Zähne weisen makroskopisch keine solchen markanten Anrissorte auf, der Riss wird daher nur sehr selten direkt von der Bohrung ausgehen. Eine Erkenntnis, die sich gut mit den FEM-Ergebnissen deckt.



**Abbildung 45: Bruchbild für einen Zahn aus 31CrMoV9, nitriert -  $\rho_{ao}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 3,5$  mm**

## 5.7 Untersuchung des Eigenspannungszustandes

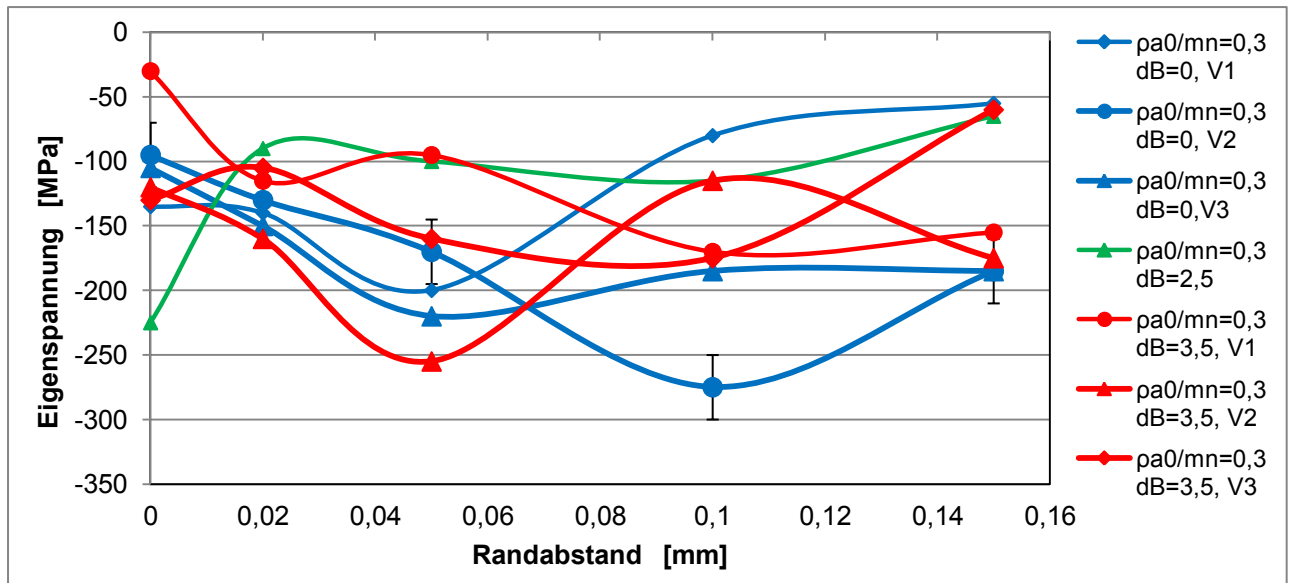
### 5.7.1 Experimentelle Untersuchungen

Der Eigenspannungszustand der Prüfteile wird mittels Analysen an verschiedenen Prüfrädern untersucht [IWMW]. Die Analyse erfolgt dabei mit Hilfe der Röntgen-diffraktometrie. Dabei werden die Eigenspannungen im Werkstück mit Hilfe der Beugung eines Röntgenstrahls ermittelt, die – abhängig von der elastischen Deformation des Kristallgitters auf Grund der werkstückinternen Verspannungen – unterschiedlich stark ist. Durch elektrolytisches Polieren werden am Messpunkt Werkstoffschichten abgetragen. Dieses Verfahren sorgt dabei nur für eine minimale Veränderung des Eigenspannungszustandes. Dadurch sind auch in Tiefenrichtung Verläufe der Eigenspannungen messbar.

Bei Zahnrädern ohne Bohrung erfolgt die Messung jeweils in Zahnbreitenmitte. Die Lage des Messpunktes in der Fußausrundung wird auf Basis von BEM-Berechnungen so gewählt, dass eine Analyse am Ort der größten Beanspruchungen erfolgt. Bei Zahnrädern mit einer Bohrung wird die Messung ebenfalls am Ort der größten Zahnfußbeanspruchung durchgeführt, wobei zur Lokalisierung auf die Ergebnisse der FEM-Rechnungen zurückgegriffen wird. Die zu untersuchenden Zähne werden gezielt so ausgewählt, dass diese keine direkten Prüflasten erfahren haben, um so den ursprünglichen Eigenspannungszustand bestmöglich abzubilden.

Abbildung 46 zeigt die Untersuchungsergebnisse für die Räder aus 18CrNiMo7-6 für verschiedene Bohrungsdurchmesser. Zur besseren statistischen Absicherung werden

von zwei Geometrievarianten jeweils drei Messungen gemacht, die jedoch an jeweils unterschiedlichen Zähnen durchgeführt werden.



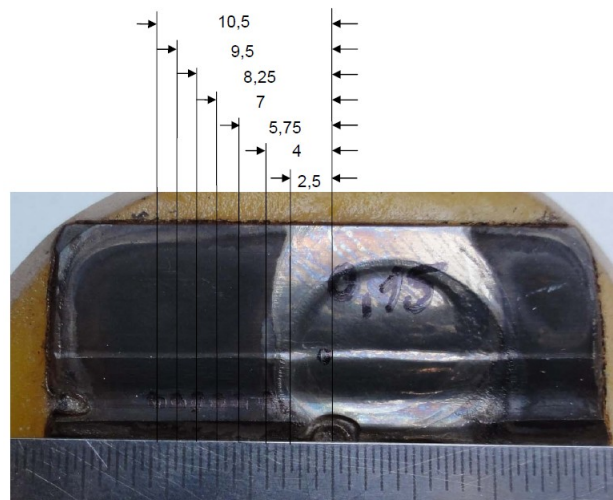
**Abbildung 46: Ergebnisse der Eigenspannungsuntersuchung der Geometrievarianten für 18CrNiMo7-6**

Bezüglich der Eigenspannungen im Zahnfußgebiet zeigt sich bei den Untersuchungen kein klarer Trend. Die Messfehler sind mit  $\pm 25$  MPa als Fehlerindikator für eine Datenreihe eingetragen; sie liegen deutlich unter den vorhandenen Streuungen der Messwerte insgesamt. Es kann daher nicht eindeutig davon ausgegangen werden, dass das Vorhandensein einer Bohrung sich stark negativ auf die Verteilung der Druckeigenspannungen im Zahnfußgebiet randschichtgehärteter Zahnräder auswirkt. Für zwei Messreihen werden bei den Untersuchungen auch zwei größere Randabstände mit einbezogen, die Ergebnisse bringen jedoch keine neuen Informationen.

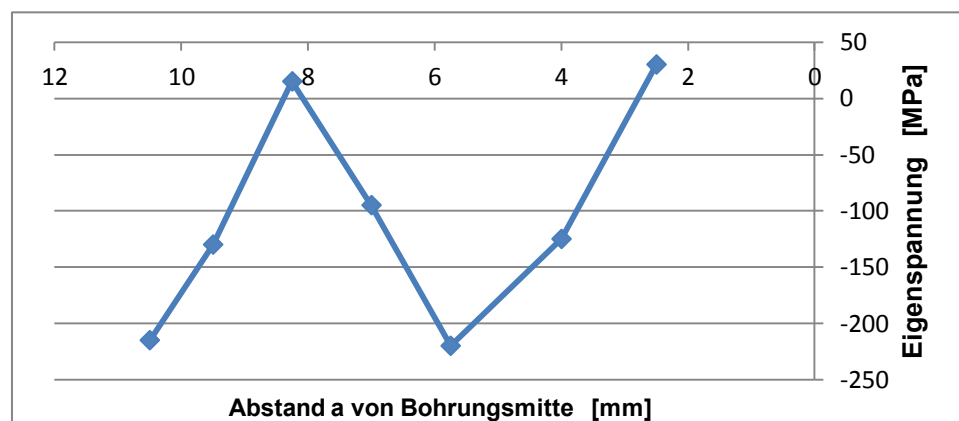
Es werden außerdem an zwei Zahnfüßen, welche zu Prüfpzahnpaaren gehören, Eigenspannungsmessungen durchgeführt. Diese zeigen, dass es durch die Prüflasten zu einer deutlichen Veränderung des Eigenspannungszustandes kommt. In einem Fall wird ein kugelgestrahltes Zahnrad geprüft, an welchem nahezu keine Eigenspannungen mehr feststellbar sind. Im zweiten Fall erfolgt die Messung an einem Zahn mit  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$  und  $d_B = 3,5$  mm. Diese Messung zeigt über alle Messschichten hinweg Druckeigenspannungen von rund 500 MPa.

Bei einer weiteren Messreihe wird nicht der Randabstand variiert, sondern es werden entlang des Berührungspunktes der 30°-Tangente mehrere Messpunkte ausgehend von der Mitte der Verzahnung und der dort liegenden Schmierölbohrung gesetzt (vgl. Abbildung 47).

Wie erwartet zeigt sich in unmittelbarer Nähe der Bohrung ein deutlich geringeres Niveau an Druckeigenspannungen. Für den ersten Messpunkt können sogar Zug-eigenspannungen nachgewiesen werden. Dies würde mit den Ergebnissen der Simulationsrechnung tendenziell übereinstimmen. Der zweite Abfall der Druckeigenspannungen, der zwischen einem Bohrungsabstand von  $a = 7 \text{ .. } 9 \text{ mm}$  auftritt, ist jedoch damit nicht erklärbar.



**Abbildung 47: Messpunkte der Eigenspannungsmessung in Breitenrichtung**



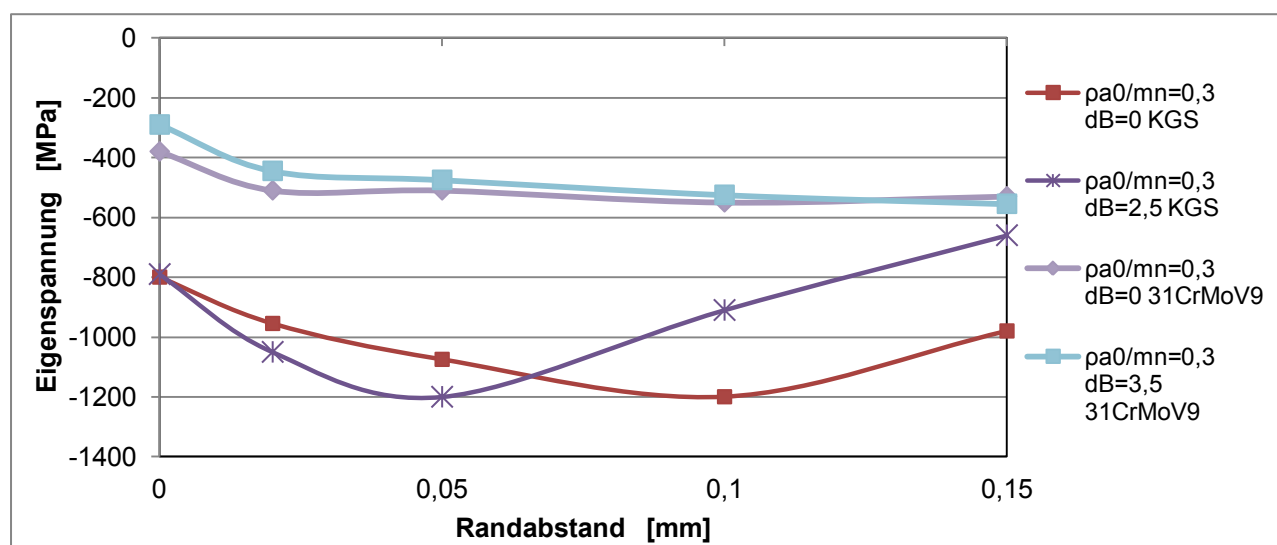
**Abbildung 48: Ergebnisse für die Eigenspannungsmessung entlang des Berührungspunktes der 30°-Tangente**

Die Ergebnisse für die kugelgestrahlten Prüfräder, die in Abbildung 49 dargestellt sind, weisen ebenfalls keine eindeutigen Unterschiede zwischen den beiden Geometrievarianten auf. Beide Varianten haben nahezu identische Werte direkt an der Bauteiloberfläche, im Inneren sind die Verläufe jedoch unterschiedlich. Während die Versuchsreihe mit der Schmierölbohrung anfangs noch etwa 10 Prozent größere Druckeigenspannungen aufweist, kehrt sich das Verhalten mit zunehmender Tiefe um. In den nächsten beiden untersuchten Schichten liegen die Spannungswerte der



Variante mit  $d_B = 2,5$  mm zwischen 25 und 30 Prozent unter der vergleichbaren Referenzreihe ohne Bohrung. Die zugehörigen Resultate der Dauerfestigkeitsversuche stützen dabei die Messergebnisse im Randbereich.

Für die nitrierten Räder aus 31CrMoV9 kann ein wesentlich gleichmäßigerer Verlauf der Eigenspannungen festgestellt werden. Die etwas geringeren Druckeigenstressungen der Variante mit Schmierölbohrung decken sich gut mit den Versuchsergebnissen. Die an der Oberfläche um ca. 90 MPa geringeren Druckspannungen gleichen sich mit zunehmender Bauteiltiefe dabei weitestgehend an, was sich sehr gut mit den theoretischen Untersuchungen deckt.



**Abbildung 49: Eigenspannungen kugelgestrahlter Räder sowie Ergebnisse für Räder aus 31CrMoV9, nitriert**

Im Hinblick auf die Messungen für den Einsatzstahl 18CrNiMo7-6 sowie auch für den Nitrierstahl wären mehr Messreihen wünschenswert gewesen. Dies ist jedoch nicht im Rahmen der vorliegenden Arbeit möglich, sollte bei zukünftigen Forschungen jedoch berücksichtigt werden. Die deutlich dünnere Nitrierschicht scheint stärker auf die Bohrung zu reagieren, eine genaue und vor allem statistisch abgesicherte Aussage ist mit zwei Messreihen jedoch nicht möglich.

### 5.7.2 Theoretische Untersuchung der Verteilung der Eigenspannungen

Da im Verlauf der experimentellen Untersuchungen deutliche Differenzen zwischen den theoretischen Werten des Einflusses der Bohrung auf die Spannungskonzentration und dem in den Versuchen ermittelten Bohrungseinfluss auf die Tragfähigkeit für die einsatzgehärteten Prüflinge aus 18CrNiMo7-6 sowie in abgeschwächter Form auch für 16MnCr5 und 31CrMoV9 auftreten, werden im Folgenden Überlegungen



angestellt, wie diese begründbar sind. Einer der Lösungsansätze ist der Einfluss der Bohrung auf die Verteilung der Eigenspannungen im Zahnfußgebiet.

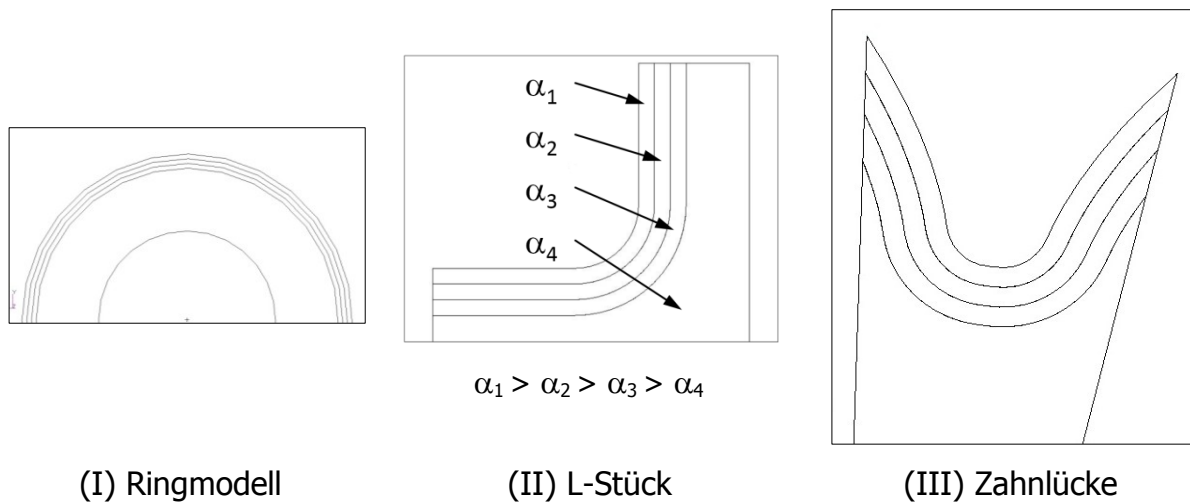
Neben den unmittelbaren Messungen, die nur diskrete Messpunkte erreichen, sind die Verteilung der Eigenspannungen im Zahnfußgebiet und die Wirkung der Schmierölbohrung darauf insgesamt von Interesse. Mit diesem Ziel werden auf Basis der FEM die Eigenspannungen näherungsweise ermittelt. Das Verfahren erlaubt dabei keine quantitativen Aussagen, soll aber qualitativ einen Ausblick auf die Thematik geben. Auch wenn im Rahmen der Untersuchungen Zahlenwerte angegeben werden, so sind diese doch in erster Linie für den Vergleich zwischen den verschiedenen benutzten Simulationsmodellen gedacht.

Durch den Einsatzhärtungsprozess kommt es zur Bildung von Druckeigenspannungen in der Einsatzhärteschicht. Ohne Schmierölbohrung sind diese relativ homogen im Gebiet des Zahnfußes verteilt, da in Breitenrichtung keine Störung der Geometrie vorliegt. Bringt man jedoch vor dem Einsatzhärten eine Bohrung in die Zahnücke ein, erhöht man lokal begrenzt um die Bohrung herum das Deformationsvermögen des Materials. Die Volumenzunahme beim Aufkohlen und Härten kann daher nicht im gleichen Maß zu Verspannungen der Werkstoffoberfläche führen, wie dies sonst der Fall ist.

Zur näherungsweisen Abbildung dieser unterschiedlichen Verteilungen der Druckeigenspannungen wird auf die FE-Methode zurückgegriffen. Dabei wird nicht der eigentliche Einsatzhärtungsprozess abgebildet, sondern lediglich die Volumenzunahme einer dünnen Randschicht simuliert. Ein deutlich detaillierteres Verfahren wird bei [Die1] beschrieben, wobei dieser nur Bauteile mit geringerer Komplexität untersuchte (beispielsweise einfache Wellen mit einer radialen Bohrung). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden, wie in Abbildung 50 dargestellt, lediglich drei Randschichten mit Hilfe eines CAD-Programmes modelliert, deren Wärmeausdehnungskoeffizient stufenweise gegenüber dem Grundkörper vergrößert wird.

Somit ergeben sich für diese drei Schichten bei Aufbringung eines konstanten Temperaturfeldes auf das gesamte FE-Modell größere Volumenzunahmen und dadurch der Aufbau von Druckeigenspannungen in diesem Bereich.

In mehreren Zwischenschritten wird dabei die Komplexität der Geometrie erhöht, wobei der Ausgangspunkt ein einfaches Ringmodell ist. Für alle drei Varianten wird jeweils ein Modell ohne Bohrung sowie eines mit Schmierölbohrung erstellt.



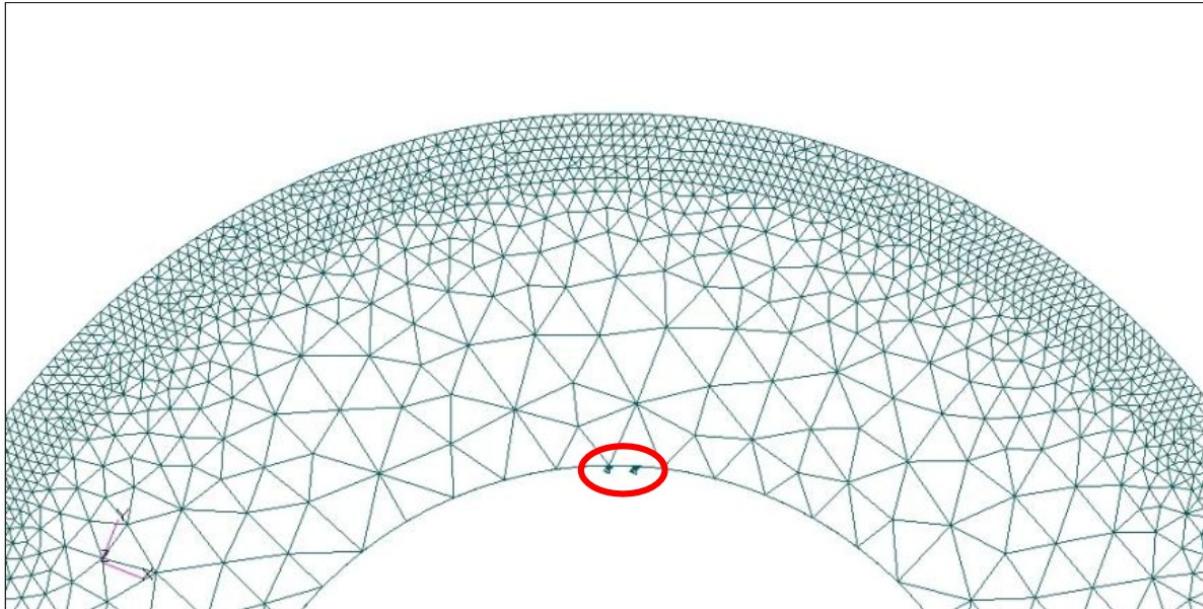
**Abbildung 50: Modelle für Eigenspannungssimulation**

Bei der Erstellung aller Modelle ist zu beachten, dass die einzelnen Schichten als eigenständige sogenannte Properties, d. h. Körperbereiche mit eigenen Materialeigenschaften, zu definieren sind und über die Equivalence-Funktion des benutzten FEM-Programms MSC Patran die doppelten Knoten in den Grenzschichten gelöscht werden müssen. Erst hierdurch entsteht eine feste Verbindung der unterschiedlichen Schichten, die die Verspannung ermöglicht. Da die Anzahl der Knoten auf Grund der dichten Vernetzung der einzelnen Schichten sehr hoch ist, wird empfohlen, den Modellaufbau sequenziell durchzuführen – also die Schichten einzeln nacheinander zu modellieren und anzubinden. Als Kompromiss zwischen der Modellgröße und der Feinheit des Netzes werden die Parameter der Vernetzung so gewählt, dass die Randschichten jeweils aus mindestens zwei Elementlagen in Tiefenrichtung bestehen. Eine weitere Verfeinerung wäre nur durch Submodelle erreichbar, da bereits für die realisierten Modelle die Elementanzahlen im Bereich von rund 400.000 Elementen liegen. Dieser Wert entspricht zum Zeitpunkt der Untersuchungen etwa der Grenze, ab der es zu Instabilitäten bei der Berechnung mit dem benutzten FEM-Programm kommen kann. In einigen Fällen wird die zyklische Symmetrie der Körper genutzt, diese stellt jedoch auch deutlich erhöhte Anforderungen an die Erstellung der Vernetzung, so dass dieser Weg nicht in allen möglichen Fällen genutzt werden kann.

#### 5.7.2.1 Ringmodell

Abbildung 51 zeigt das FEM-Modell für den Ring in einer Seitenansicht. Tabelle 11 führt die Parameter des Modells auf. Die hohe Vernetzungsdichte im Randbereich ist dabei ebenso zu erkennen, wie die Einspannung des Ringes an zwei Knoten der Innenseite. Den mit diesen beiden Knoten verbundenen Elementen wird ein gesondertes Material zugeordnet, das mit einem E-Modul von nur 2 MPa extrem weich ist. Dadurch kann zum einen eine numerisch stabile Lösung des Modells

erreicht werden, da das Modell fest eingespannt ist, zum anderen werden aber die Verformungen nahezu nicht behindert, so dass es zu keinen Verfälschungen des Ergebnisses kommt.



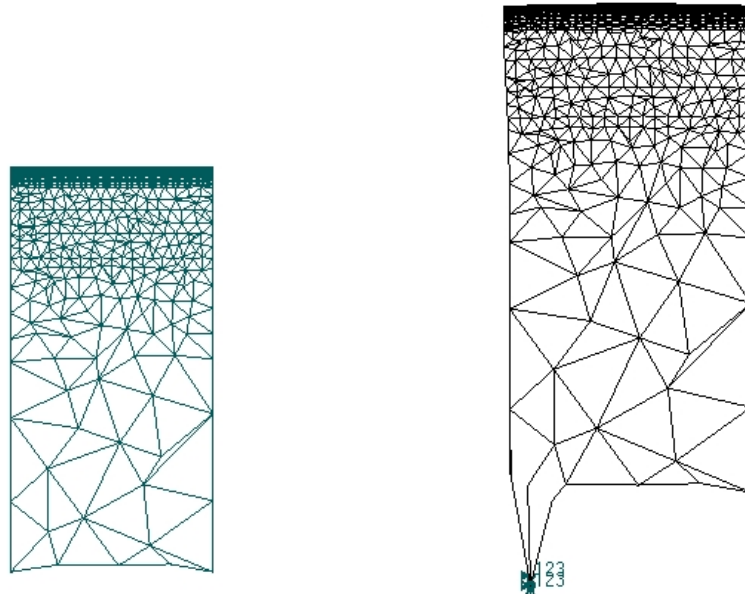
**Abbildung 51: FEM-Modell, Ring ohne Bohrung**

**Tabelle 11: Parameter des Ringmodells**

Außendurchmesser	$d_a$	[mm]	280,0
Innendurchmesser	$d_i$	[mm]	150,0
Breite	$b$	[mm]	35,0
Dicke der Deckschichten	$s$	[mm]	4,0
Bohrungsdurchmesser	$d_B$	[mm]	7,0
Wärmeausdehnungskoeffizient Grundkörper	$\alpha_{\text{Grundkörper}}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	14
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 1	$\alpha_{\text{Deckschicht1}}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	15
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 2	$\alpha_{\text{Deckschicht2}}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	16
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 3	$\alpha_{\text{Deckschicht3}}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	17
Temperatur	$T$	[K]	10

Der Plot der Verformung in Abbildung 52 zeigt, dass die äußeren Schichten sich ausdehnen, wobei die Expansion sowohl in Umfangsrichtung als auch quer dazu auftritt. Resultierend daraus expandiert sie auch radial. Unter a) ist dabei das unverformte Ausgangsmodell in blau und unter b) das deformierte Ergebnis der Berechnung in schwarz zu sehen. Gut zu erkennen ist auch die Deformation der

weichen, für die Einspannung benutzten Elemente am linken Rand des Innendurchmessers. Es muss dabei betont werden, dass beide Bilder mit dem gleichen Maßstab abgebildet werden, auch wenn die Deformation unter b) deutlich überhöht dargestellt ist.



**a) Ringmodell - unverformt**

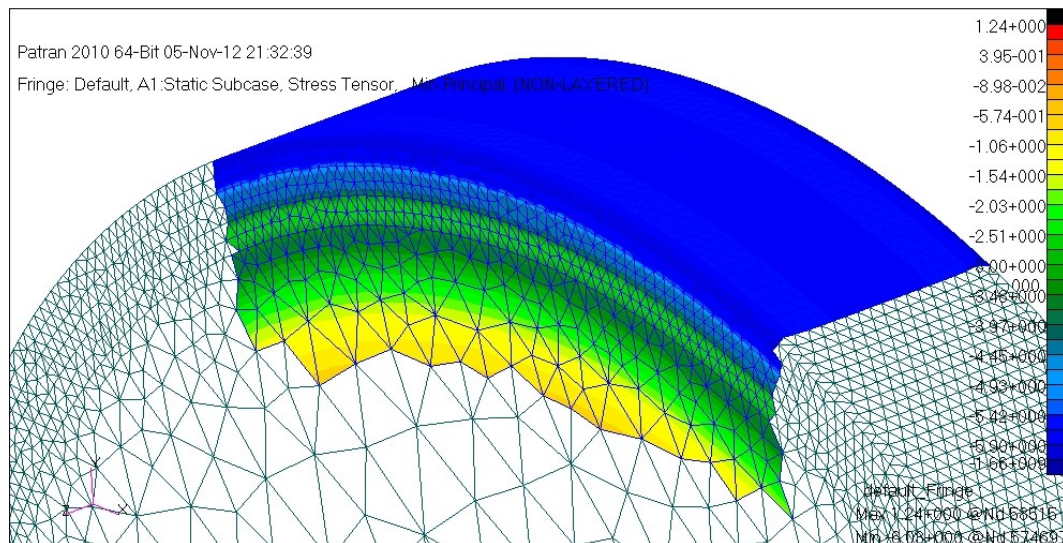
**b) Ringmodell – verformt mit  
Einspannungspunkten**

**Abbildung 52: Verformungsplot des Ringmodells**

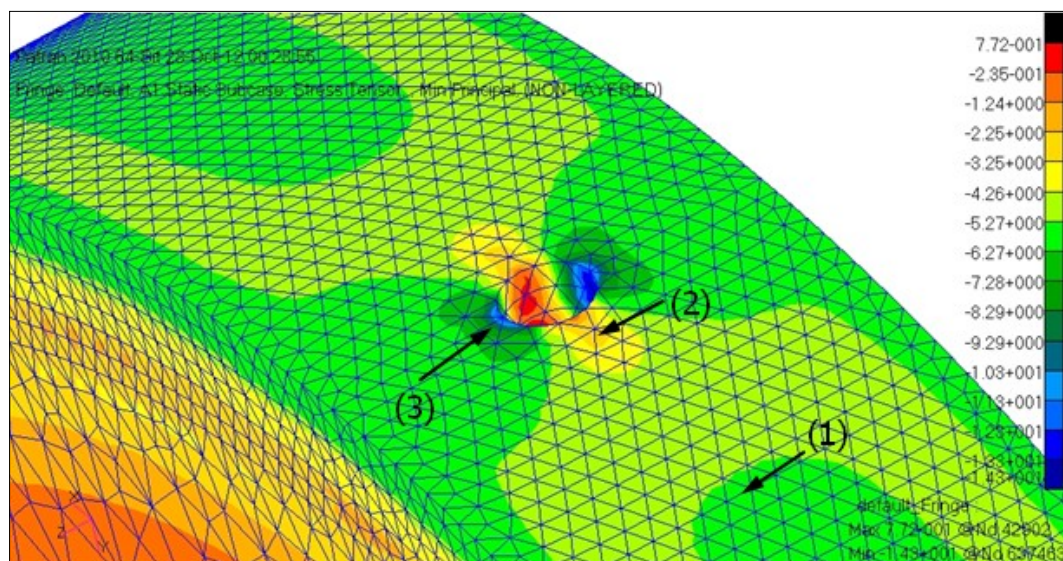
In Folge der Deformation, die in den Randbereichen größer als im Ringinneren ist, entstehen in den Deckschichten immer größere Druckeigenspannungen, die zu den freien Rändern hin erwartungsgemäß abnehmen. Stellt man das Ringmodell mit Bohrung dem ohne Bohrung gegenüber (vgl. dazu Abbildung 53 und Abbildung 54), zeigt sich um die Bohrung herum in Umfangsrichtung eine Abnahme der minimalen Normalspannung. Axial betrachtet kommt es dem gegenüber jedoch zu einer Erhöhung der Eigenspannungswerte. Nimmt man zu dieser Betrachtung den Deformationsplot aus Abbildung 55 hinzu, so ist erkennbar, dass die Bohrung in Umfangsrichtung zusammengedrückt wird. Dies erklärt die beiden Spannungsspitzen. Wie aus Tabelle 12 ersichtlich, ergeben sich dabei folgende Zahlenwerte: Betrachtet man den ungestörten Spannungsbereich des Ringes gegenüber der Bohrung, zeigt sich am bohrungslosen Modell eine Druckspannung von  $\sigma_{v,NSH} = -5,47$  MPa, an der Variante mit Bohrung sind es  $\sigma_{v,NSH} = -5,46$  MPa. Dies entspricht einer Abweichung von 0,18 Prozent, die Übereinstimmung der Modelle ist also sehr gut gewährleistet. Im bohrungsnahen Bereich weist die Variante mit Bohrung mit  $\sigma_{v,NSH} = -5,32$  MPa um ca. drei Prozent geringere Spannungswerte auf. Direkt neben der Bohrung in Umfangsrichtung liegen die Druckeigenspannungen mit  $\sigma_{v,NSH} = -2,68$  MPa um



51 Prozent unter dem Referenzwert. In axialer Richtung erhöhen sich die Werte dagegen um etwa 26 Prozent auf  $\sigma_{v,NSH} = -6,89 \text{ MPa}$ .



**Abbildung 53: Spannungsplot des Ringmodells ohne Bohrung**

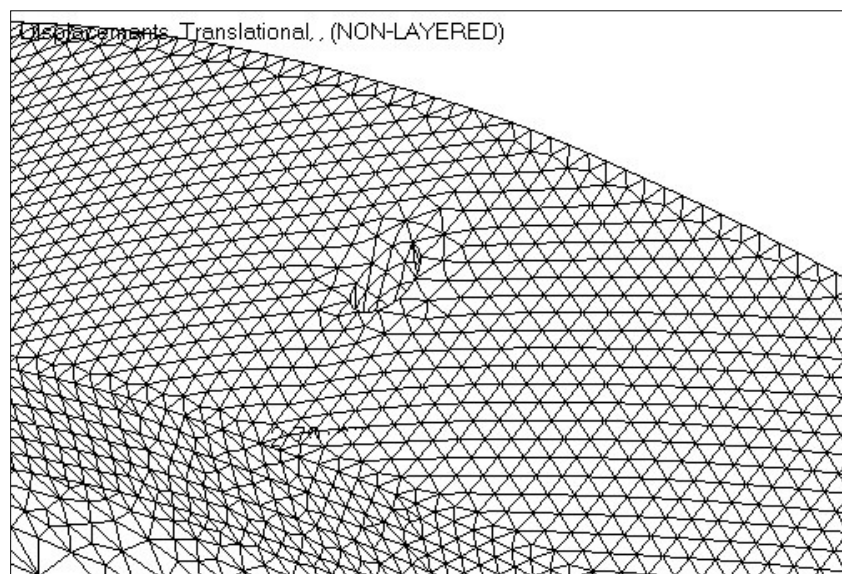


**Abbildung 54: Spannungsplot des Ringmodells mit Bohrung  $d_B = 3,0 \text{ mm}$**

In Umfangsrichtung erhöht sich das Deformationsvermögen durch die Unterbrechung des Materials, was zur Folge hat, dass sich die Druckeigenspannungen nicht gleichmäßig im Bauteil aufbauen können. Durch das Zusammendrücken der Bohrung werden im Gegenzug den Bereichen, die axial neben der Bohrung liegen, höhere Druckbeanspruchungen aufgezwungen.

**Tabelle 12: Spannungswerte des Ringmodells**

$d_B = 0 \text{ mm}$	$d_B = 3,0 \text{ mm}$	Erklärung
$\sigma_{1,\min} \text{ [MPa]}$	$\sigma_{1,\min,\text{Bohrung}} \text{ [MPa]}$	
-5,99	-5,46	ungestört, gegenüber der Bohrung
	-5,32	ungestört neben Bohrung (1)
	-2,68	neben Bohrung (2)
	-6,89	senkrecht zur Bohrung (3)

**Abbildung 55: Verformungsplot des Ringmodells mit Bohrung**

#### 5.7.2.2 L-Modell

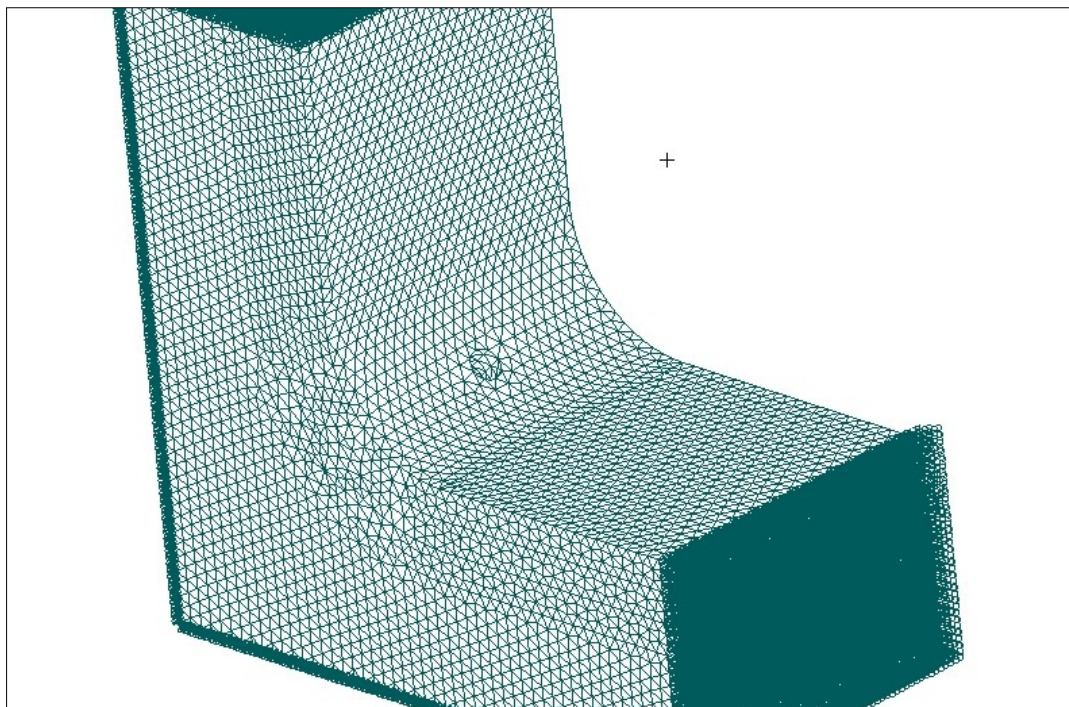
Da bei einem Ring die Krümmungsverhältnisse nicht denen im Zahngrund entsprechen, wird in einem nächsten Schritt ein L-förmiger, prismatischer Körper modelliert, der ebenso drei Deckschichten aufweist. Zusätzlich wird in einem der Fälle eine Bohrung im 45°-Winkel eingesetzt. Die Parameter des Modells sind in Tabelle 13 aufgeführt, die Abbildung 56 zeigt die Darstellung des FEM-Modells.

Anders als beim Ringmodell werden hier jeweils die Schnittflächen und die gegenüber liegende Körperfläche in Normalenrichtung eingespannt sowie in z-Richtung wiederum zwei Knoten. Wie schon bei den ersten Modellen werden die beiden Knoten mittels „weichen“ Elementen fixiert und nur zum Erreichen eines numerisch stabilen Modells benötigt. Durch die eingespannten Flächen wird die Ausdehnung der Deckschichten behindert, da es sich hier nicht um ein geschlossenes Modell handelt. Betrachtet man die Verformungen und zugehörigen Spannungen des Modells ohne

Bohrung, die in Abbildung 57 und Abbildung 58 dargestellt sind, so zeigt sich, dass sich die Randschichten wie erwartet ausdehnen, wodurch im Radius eine Eindrückung entsteht.

**Tabelle 13: Parameter L-Modell**

Wandstärke	a	[mm]	35,0
Breite [mm]	b	[mm]	50,0
Bohrungsdurchmesser [mm]	$d_B$	[mm]	5,0
Dicke der Deckschichten	s	[mm]	5,0
Wärmeausdehnungskoeffizient Grundkörper	$\alpha_{\text{Grundkörper}}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	14
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 1	$\alpha_{\text{Deckschicht1}}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	15
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 2	$\alpha_{\text{Deckschicht2}}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	16
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 3	$\alpha_{\text{Deckschicht3}}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	17
Temperatur	T	[K]	10

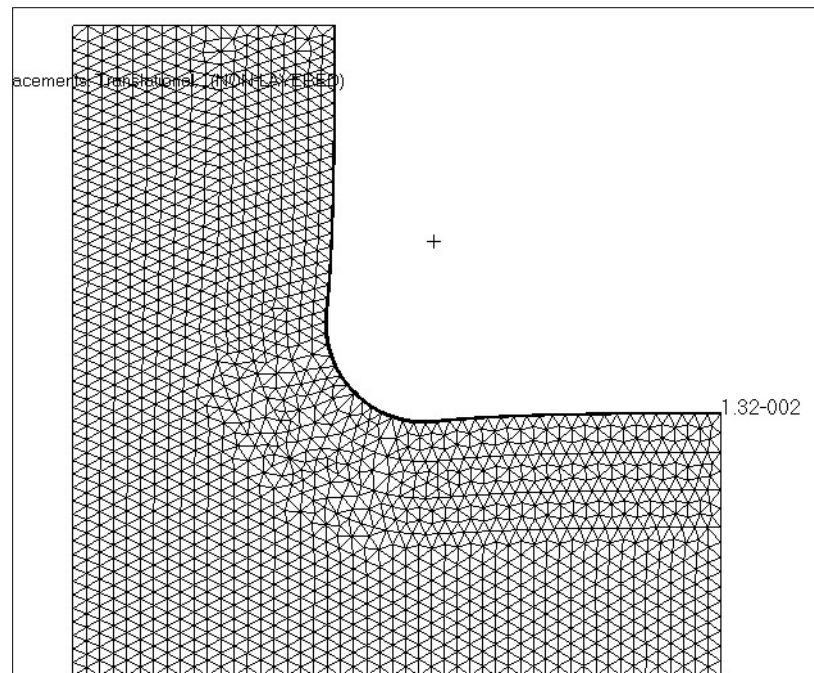


**Abbildung 56: FEM-Modell für L-Stück mit Bohrung und Randbedingungen**

Diese erzeugt eine bis zu  $\sigma_{V,NSH} = -77,2 \text{ MPa}$  hohe Druckeigenspannung in diesem Bereich. Die restliche Deckfläche wölbt sich dagegen minimal auf. Da sich das Modell in z-Richtung nahezu frei verformen kann, liegt das Spannungsminimum in



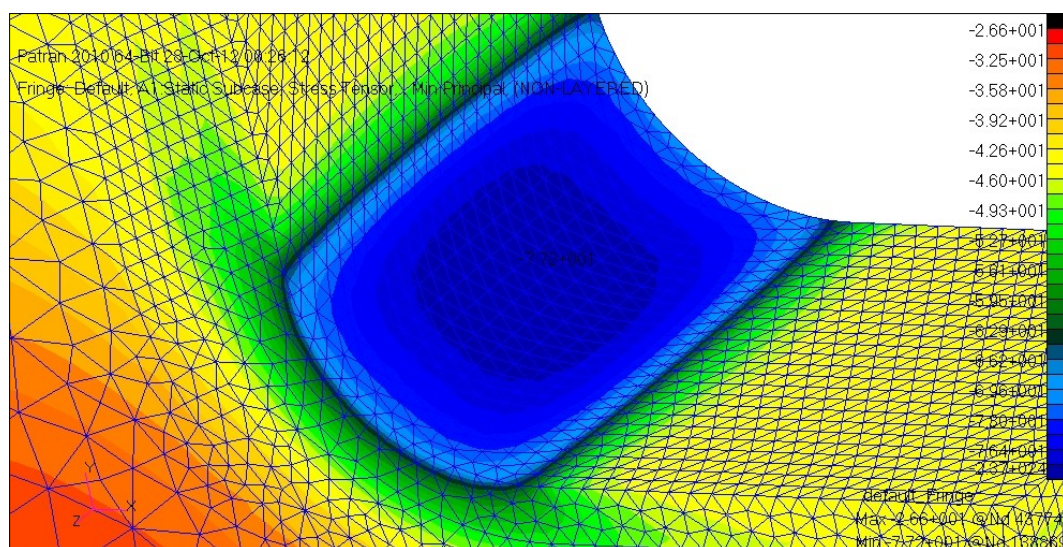
Breitenrichtung in der Mitte, während zu den Rändern hin nur durch die Wechselwirkung zwischen den Schichten Druck entsteht.



**Abbildung 57: Verformungsplot des L-Stückes**

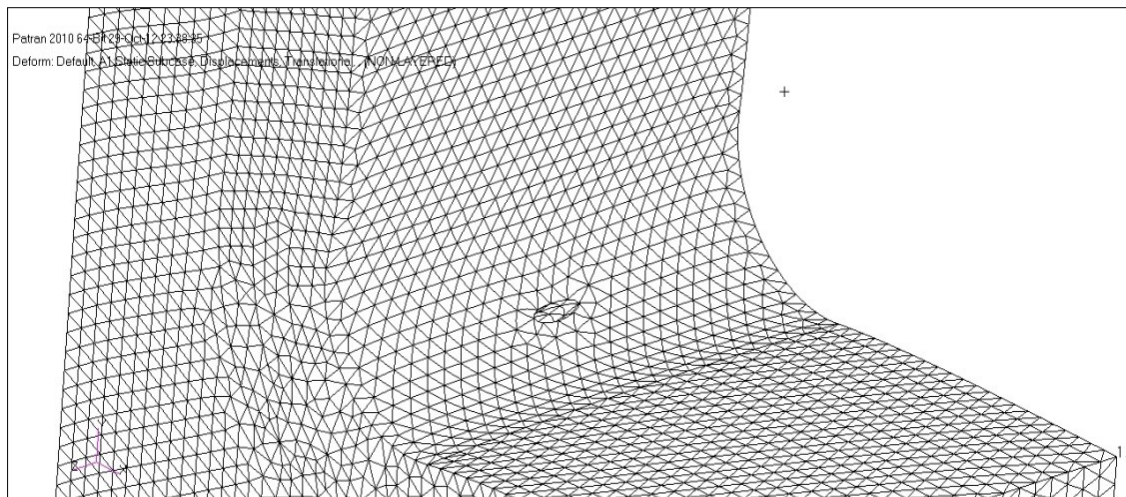
Stellt man diesen Ergebnissen aus Abbildung 57 und Abbildung 58 und die Verformungen (vgl. Abbildung 59) und Spannungen des Modells mit Bohrung (s. Abbildung 58) gegenüber, so zeigt sich global betrachtet ein ähnliches Verhalten.

Auch hier entstehen im geraden Teil der Randschicht leichte Aufwölbungen und im Gegenzug Eindrückungen im Radius. Wie in Abbildung 59 überhöht zu sehen, wird die Bohrung dadurch zusammengedrückt.



**Abbildung 58: Spannungsplot des L-Stückes im Radiusbereich**

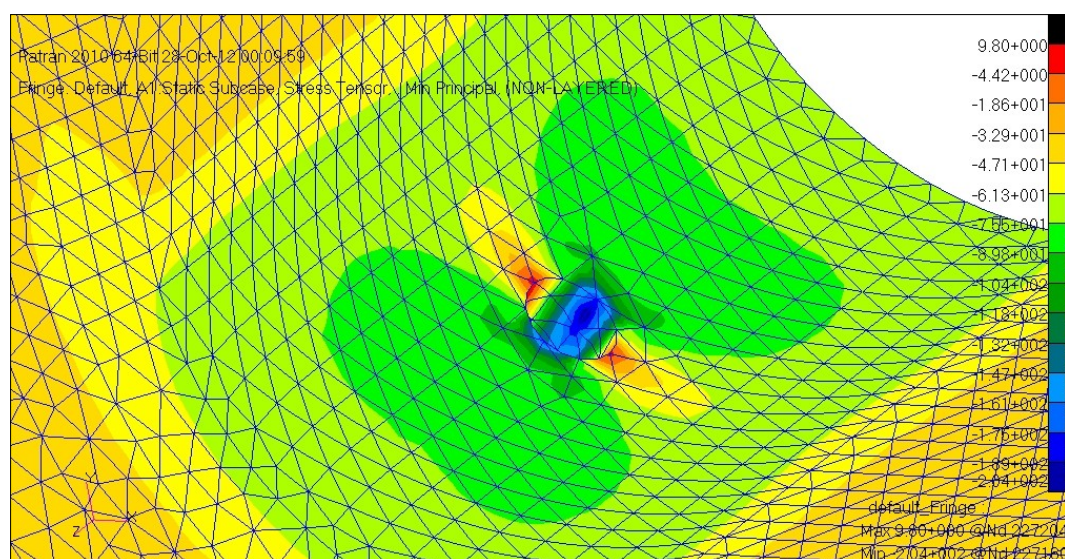




**Abbildung 59: Verformungsplot des L-Stücks mit Bohrung  $d_b = 3,0$  mm**

Dies führt zu einer Erhöhung der Druckeigenspannungen am Bohrungsrand in z-Richtung, die in Randnähe Spannungen von  $\sigma_{v,NSH} = -108,6$  MPa ergibt. Zum anderen wird jedoch im mittleren Bereich des Modells der Aufbau der Eigenspannungen behindert, weshalb sich dort geringere Werte einstellen. Wertet man die Spannungswerte nicht direkt an der Bohrungskante aus, sondern zwei Elemente und damit 4 Knoten entfernt von der Spannungssingularität, ergeben sich nur noch Druckspannungen von  $\sigma_{v,NSH} = -48,8$  MPa. Tabelle 14 fasst die Ergebnisse noch einmal zusammen.

Die Kante der Bohrung wird zum Teil sogar so stark deformiert, dass dort, wie in Abbildung 60 zu sehen ist, Zugeigenspannungen entstehen. Dadurch ergibt sich lokal eine stark abweichende Verteilung der Eigenspannungen. Die Druckeigenspannungen im Bereich um die Bohrung werden vermindert, wobei es nahe der Bohrung mit 37 Prozent geringeren Spannungen fast zu einer Halbierung der Werte kommt.



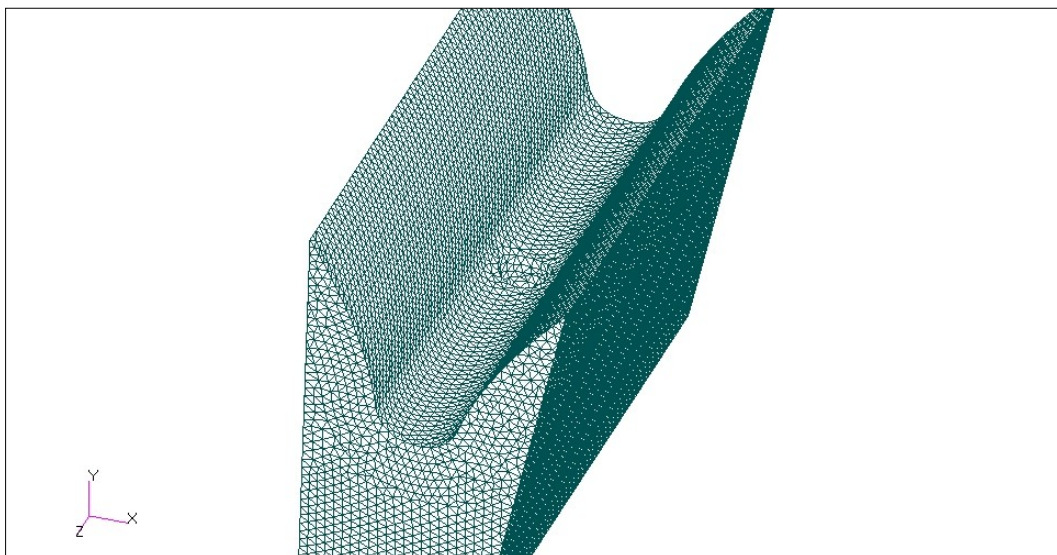
**Abbildung 60: Spannungsplot des L-Stücks mit Bohrung**

**Tabelle 14: Spannungswerte für L-Modelle**

$d_B = 0 \text{ mm}$	$d_B = 3,0 \text{ mm}$	Erklärung
$\sigma_{v,NSH,min}$	$\sigma_{v,NSH,min,Bohrung} \text{ [MPa]}$	
-77,2	-48,8	längs neben Bohrung
	-108,6	quer neben zur Bohrung

### 5.7.2.3 Zahnlückenmodell

In einem dritten Schritt wird schließlich ein Zahnradsegment modelliert, wobei aus Gründen der Modellgröße lediglich eine Zahnlücke abgebildet wird. Teilweise muss in diesem Schritt der gesamte Grundkörper ebenfalls fein vernetzt werden, da andernfalls die automatische Netzerstellung der Volumenkörper mit dem Präprozessor des benutzten FEM-Programms MSC Patran nicht erfolgreich ist.

**Abbildung 61: FEM-Modell der Zahnlücke**

Die Abbildung 61 zeigt das benutzte Modell, bei dem für eine bessere Übersichtlichkeit die Randbedingungen hier nicht eingeblendet werden. Es werden dabei die Seitenflächen rechts und links in Umfangs- und Radialrichtung eingespannt. Des Weiteren ist zum Erreichen einer numerisch stabilen Lösung ein Knoten des Zahnradinnendurchmessers in axialer Richtung fixiert. Insbesondere im Bereich der Zahnflanken und des Zahngrundes machen die dünnen Randschichten eine sehr feine Vernetzung notwendig. Die Parameter für die Erstellung des Zahnlückenmodells sind in Tabelle 15 angegeben.

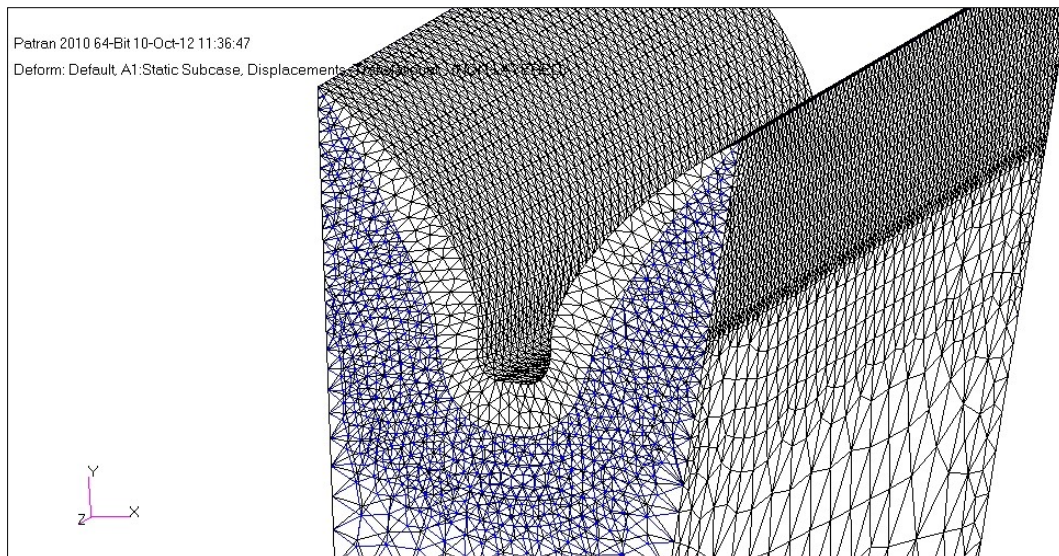
**Tabelle 15: Parameter des Zahnlückenmodells**

Zähnezahl	$z$	[-]	24
Normalmodul	$m_n$	[mm]	5,0
Profilverschiebungsfaktor	$x$	[-]	0,1
Kopfkürzungsfaktor	$k$	[-]	0,3
Werkzeugkopfhöhenfaktor	$h_{Pa}$	[-]	0,85
bez. Werkzeugkopfradius	$\rho_{aP0}/m_n$	[-]	0,4
Zahnradbreite	$b$	[mm]	40
Bohrungsdurchmesser	$d_B$	[mm]	3,0
Wärmeausdehnungskoeffizient Grundkörper	$\alpha_{\text{Grundkörper}}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	14
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 1	$\alpha_{\text{Deckschicht}_1}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	15
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 2	$\alpha_{\text{Deckschicht}_2}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	16
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 3	$\alpha_{\text{Deckschicht}_3}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	17
Temperatur	$T$	[K]	10

Der Verformungsplot in Abbildung 62 zeigt analog zum L-Modell eine Aufwölbung im Bereich der Zahnflanke. Das unverformte Ausgangsmodell ist dabei wiederum blau dargestellt, während das Berechnungsergebnis schwarz ist. Auch der Zahngrund wurde durch die Wärmedehnung verformt, wodurch sich der Zahnfußdurchmesser erhöhte. Wie zu erkennen ist, wird der Zahngrund auch in Umfangsrichtung zusammengepresst und im Ganzen gestaucht. Dadurch verringert sich die Zahnlückenweite im Bereich der Fußausrundung.

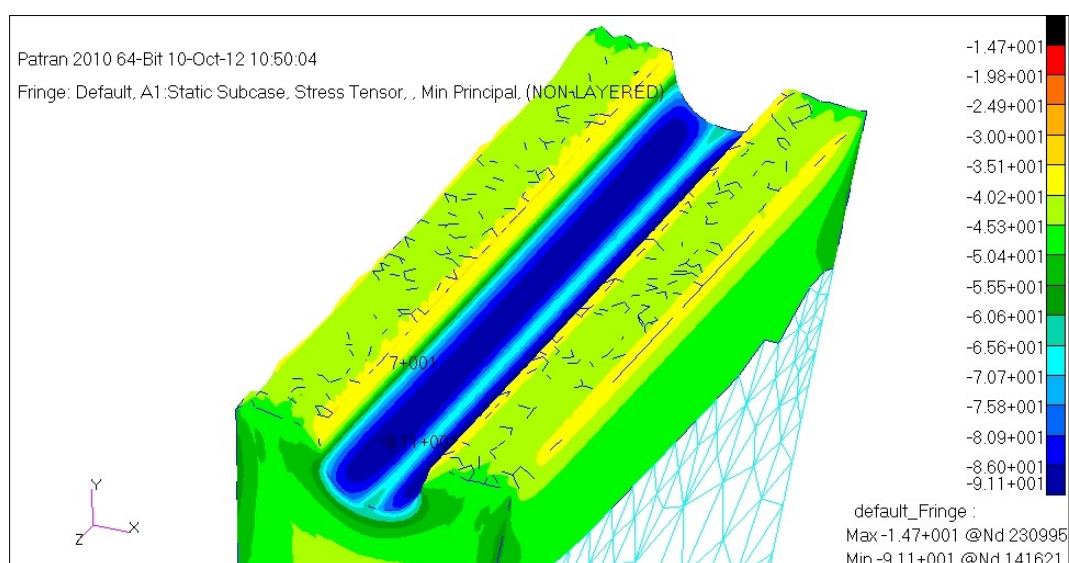
Ähnlich wie beim L-Modell ergeben sich erhöhte Druckeigenspannungen, die sich besonders deutlich in der Zahnfußausrundung zeigen. Dort entstehen, wie in Abbildung 63 ersichtlich, im benutzten FE-Modell Spannungswerte von  $\sigma_{v,NSH} = -91 \text{ MPa}$ . Im gesamten Zahnfußgebiet liegen die Werte zwischen  $\sigma_{v,NSH} = -60 \text{ MPa}$  und  $-91 \text{ MPa}$ . Das Spannungsmaximum liegt dabei näherungsweise im Bereich der  $30^\circ$ -Tangente, wo auch bei belasteten Zahnradern der Höchstwert der Beanspruchung zu finden ist. Die Druckeigenspannungen wirken also den Beanspruchungen aus den Betriebslasten des Zahnrades entgegen.





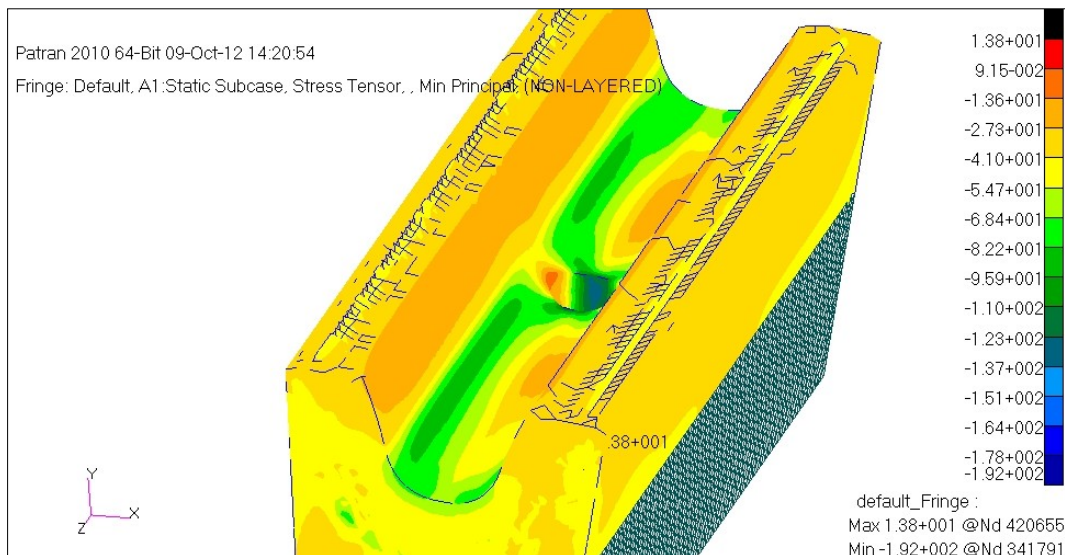
**Abbildung 62: Deformationsplot des Zahnlückenmodells ohne Bohrung**

Stellt man dies den Ergebnissen des Modells mit einer Bohrung mit  $d_B = 3,0$  mm in der Zahnlückenmitte gegenüber, so zeigt sich, dass die Bohrung auch hier die Spannungsverteilung nachhaltig beeinflusst. Wie in Abbildung 64 zu sehen, prägen sich an den Rändern des Modells und ebenso im Zahnfuß Druckeigenspannungen aus, die mit  $\sigma_{v,NSH} = -93$  MPa nahezu identisch zur Variante ohne Bohrung sind. Erst in der Mitte der Zahnlücke wird, in Breitenrichtung gesehen, der Spannungsverlauf unterbrochen und die Druckeigenspannungen sinken auf deutlich geringere Werte in der Zahnfußausrundung. Die Unterbrechung beginnt dabei  $s = 3,3$  mm neben der Bohrung. Dort treten Spannungen von weniger als  $\sigma_{v,NSH} = -90$  MPa auf. Der gesamte gestörte Bereich ist damit zwischen sechs und sieben Millimeter breit.



**Abbildung 63: Spannungsplot des Zahnlückenmodells ohne Bohrung**

Direkt neben der Bohrung ergibt sich dabei ein Wert von  $\sigma_{V,NSH} = -38 \text{ MPa}$  auf Höhe des Spannungsmaximums im restlichen Bereich. Damit wird die Druckeigenspannung hier auf weniger als die Hälfte reduziert. Stellt man diese Ergebnisse dem Beanspruchungsverlauf der übrigen FEM-Modelle mit einer Zahnkraft gegenüber, so zeigt sich, dass sich die Bereiche sehr hoher Spannungen teilweise mit dem Gebiet der verringerten Druckeigenspannungen überlappen.



**Abbildung 64: Spannungsplot des Zahnlückenmodells mit Bohrung**

In einer Entfernung von  $a = 3,3 \text{ mm}$  von der Bohrung in z-Richtung liegen noch über 90 Prozent des Spannungsmaximums vor. Und auch direkt neben der Bohrung sinken die Zahnfußspannungen nur auf 80 Prozent des globalen Höchstwertes. Die nahezu halbierten Druckeigenspannungen in diesem Bereich begünstigen also einen Anriss, welcher somit nicht unbedingt von der Stelle der höchsten Beanspruchung infolge äußerer Belastungen ausgehen muss.

#### 5.7.2.4 Zahnradsegmentmodell

In einem letzten Schritt wird untersucht, inwiefern sich auch die mit dem für die Parametervariation programmierten Präprozessor erzeugten FEM-Modelle für eine Simulation eignen. Im Zahnfußbereich weisen diese bereits eine sehr feine Vernetzung auf, wodurch zumindest zwei Deckschichten mit erhöhtem Wärmeausdehnungskoeffizienten realisierbar sind. Durch Anbringen spezieller Randbedingungen (z. B. MPCs – Multi Point Constraints – im benutzen FEM-Programm MSC Patran) an den Schnittflächen des Modells mit drei Zähnen kann auf Grund der zyklischen Symmetrie ein virtuelles Vollmodell erstellt werden. Die MPCs sorgen dabei dafür, dass sich die Knoten in der ersten Schnittfläche exakt so verhalten wie die

zugehörigen Knoten der zweiten Fläche. Zur Fixierung des Modells werden wiederum zwei Knoten des Innendurchmessers am Rand fest eingespannt, wobei die drei angrenzenden Elemente mit einem sehr geringen E-Modul versehen werden, um die Verformung auf Grund der Wärmedehnungen nicht zu behindern, gleichzeitig jedoch eine numerisch stabile Lösung des Modells zu ermöglichen. In Tabelle 16 sind die Daten des benutzten Modells aufgeführt, Abbildung 65 zeigt die Randbedingungen am Modell. Mittig sind dabei die beiden fixierten Knoten zu erkennen sowie als Verbindung der Seitenflächen die MPCs.



**Abbildung 65: Randbedingungen des Zahnradsegmentmodells mit MPCs (1) und fixierten Knoten (2)**

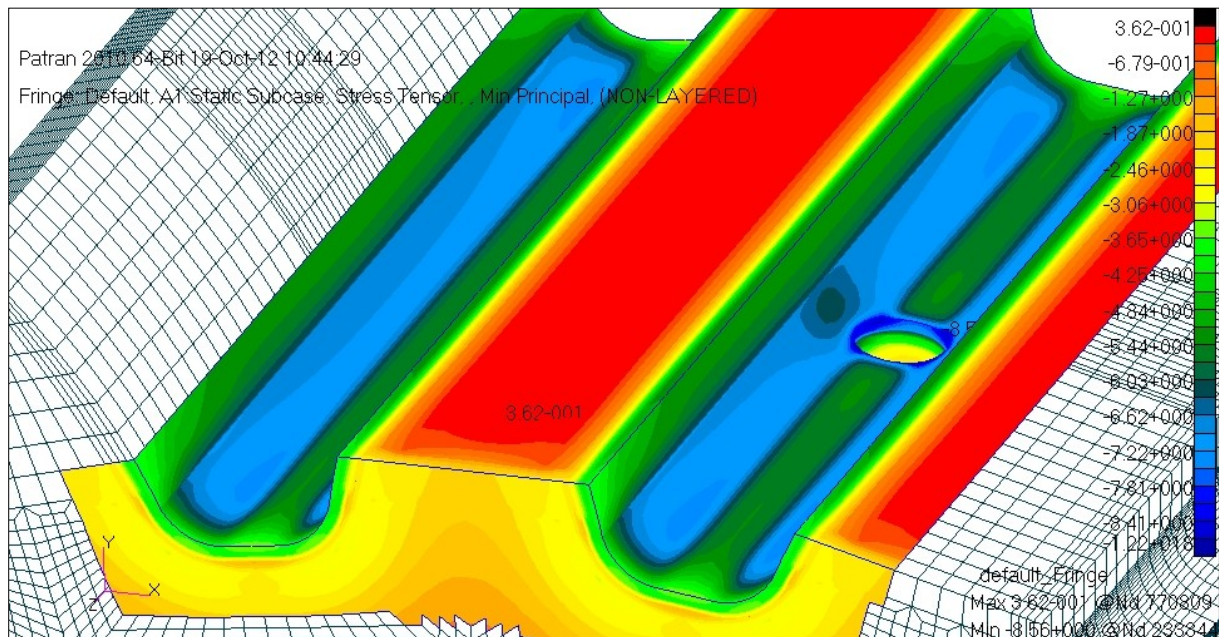
Im Ergebnis zeigt sich, dass auch die Modelle des Präprozessors prinzipiell geeignet sind für eine Aussage zur Verteilung der Eigenspannungen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass ein Modell gewählt wurde, dass in Breitenrichtung auch außerhalb der Bohrung über eine feinere Vernetzung verfügt. Der große Vorteil dieses Modells ist, dass durch zwei getrennte Lastfälle im ersten Schritt einerseits das Eigenspannungsverhalten simuliert werden kann (siehe Abbildung 66, die Zähne sind zur Verbesserung der Übersichtlichkeit ausgeblendet). Andererseits können anschließend im zweiten Lastfall ohne Wärmedehnungen die normalen Beanspruchungen im Zahnfußgebiet ermittelt werden (siehe Abbildung 67). Damit lässt sich zum einen sehr gut darstellen, inwiefern die Bohrung qualitative Auswirkungen auf die Eigenspannungen an hoch beanspruchten Stellen hat. Zum anderen wird immer parallel eine Zahnücke mit Bohrung und eine ohne Bohrung berechnet, was den Vergleich bezüglich des Eigenspannungsverlaufs erleichtert und den Modellierungsaufwand senkt. Insbesondere im Bereich der Zahnflanken wirkt sich die



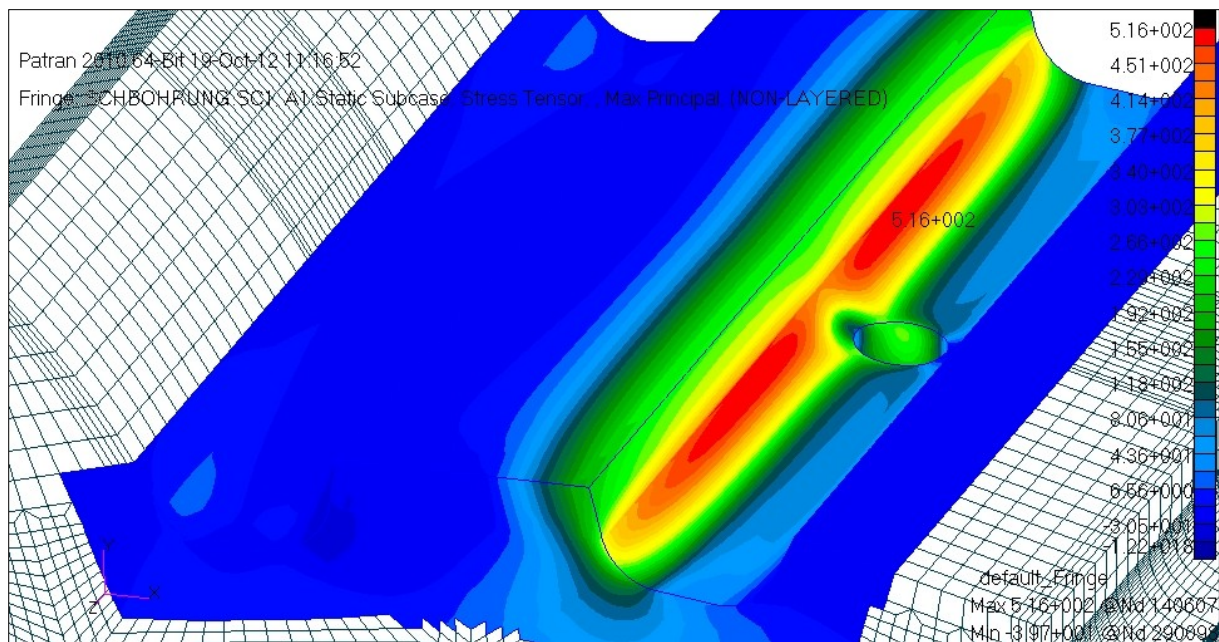
größere Vernetzung jedoch nachteilig aus, so dass die Ergebnisse nicht ohne Weiteres übertragbar sind.

**Tabelle 16: Parameter des benutzten Zahnradsegmentmodells**

Zähnezahl	$z$	[-]	24
Normalmodul	$m_n$	[mm]	5,0
Profilverschiebungsfaktor	$x$	[-]	0,1
Kopfkürzungsfaktor	$k$	[-]	0,3
Werkzeugkopfhöhenfaktor	$h_{Pa}$	[-]	0,85
bez. Werkzeugkopfradius	$\rho_{aP0}/m_n$	[-]	0,4
Zahnradbreite	$b$	[mm]	40
Bohrungsdurchmesser	$d_B$	[mm]	3,0
Wärmeausdehnungskoeffizient Grundkörper	$\alpha_{\text{Grundkörper}}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	2,0
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 1	$\alpha_{\text{Deckschicht}_1}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	14
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 2	$\alpha_{\text{Deckschicht}_2}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	15
Wärmeausdehnungskoeffizient Deckschicht 3	$\alpha_{\text{Deckschicht}_3}$	$[10^{-6} \text{ K}^{-1}]$	16
Temperatur	$T$	[K]	10



**Abbildung 66: Eigenspannungsverteilung  $\sigma_{NSH,min}$  am Zahnradsegmentmodell**



**Abbildung 67: Beanspruchungen  $\sigma_{NSH,max}$  am Zahnradsegmentmodell**

Abschließend muss jedoch noch einmal deutlich herausgestellt werden, dass die hier vorgestellte Methode in ihrer bisherigen Form keine quantitativen Aussagen ermöglicht, sondern lediglich qualitative Aussagen zulässt. Die genannten Zahlenwerte zu den Eigenspannungen dienen lediglich der Verdeutlichung und dem Vergleich zwischen den jeweiligen Modellen. Ein Abgleich mit Messwerten wäre zwar prinzipiell möglich, der erforderliche Aufwand für exaktere Aussagen überschreitet aber den Rahmen der hier vorliegenden Arbeit. Es müsste dafür mit Submodellen gearbeitet werden, die lokal eine nochmals feinere Vernetzung ermöglichen.



## 6 Zusammenfassung

Für den Werkstoff 18CrNiMo7-6 und den mittleren Werkzeugkopfabrundungsradius  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$  zeigt sich ein sehr deutlicher Einfluss der Schmierölbohrung in den experimentellen Untersuchungen, der wesentlich über die Werte der theoretischen Spannungskonzentration hinausgeht. Die größte gemessene Minderung der Tragfähigkeit um 12,8 Prozent für 18CrNiMo7-6 entspricht dabei nahezu dem Vierfachen des Wertes der FE-Ergebnisse. Auch andere Versuchsreihen mit diesem Werkstoff weisen einen starken Tragfähigkeitsverlust bei Vorhandensein einer Schmierölbohrung auf.

Allerdings können für einige Versuchsvarianten des Einsatzstahls 18CrNiMo7-6 nur sehr geringe Veränderungen der Zahnfußdauerfestigkeit bei Vorhandensein einer Schmierölbohrung festgestellt werden. Eine eindeutige Ursache für dieses Verhalten konnte nicht ermittelt werden.

Durch Einsatz des Kugelstrahlverfahrens kann die Tragfähigkeit der Versuchsräder – wie zu erwarten – deutlich gesteigert werden; auch der Einfluss der Bohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit kann damit praktisch aufgehoben werden. Weitere Untersuchungsparameter wie die Rauheit der Bohrung oder die Dicke des Zahnkranzes zeigen ebenso wenig Wirkung auf den Bohrungseinfluss wie der Wärmebehandlungszustand der Bohrung.

Für den Einsatzstahl 16MnCr5 tritt ebenfalls eine Verringerung der Zahnfußtragfähigkeit auf, mit 4,8 Prozent ist diese jedoch deutlich geringer als für den Werkstoff 18CrNiMo7-6.

Auch der Nitrierstahl 31CrMoV9 zeigt ein ähnliches Verhalten, der Abfall der Beanspruchbarkeit beträgt hier bis zu 7,3 Prozent. Die Rauheit der Bohrung hat auch für diesen Werkstoff keinen Einfluss auf die Versuchsergebnisse. Auf Basis der Ergebnisse der theoretischen Untersuchungen ist dies plausibel, da das Spannungsmaximum nicht an der Bohrungskante sondern im Zahnfußbereich neben der Bohrung liegt.

Bei den Prüfvarianten mit dem Vergütungsstahl 42CrMo4 im vergüteten Zustand ist hingegen ein Einfluss der Schmierölbohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit nicht nachweisbar. Da üblicherweise die Kerbwirkungszahl geringer als die Formzahl ist und die Versuchsteile eine vergleichsweise geringe Zugfestigkeit mit einer entsprechend hohen Stützwirkung aufweisen, ist dieses Ergebnis sehr plausibel.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass für Werkstoffe mit harten Randschichten der Einfluss der Bohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit deutlich größer als der Einfluss der Bohrung auf die Spannungskonzentration im Zahnfußgebiet auf Basis der theoretischen Untersuchungen ist. Während die FEM-Resultate nur eine etwa

dreiprozentige Zunahme der Beanspruchungen vorhersagen, sinkt die Tragfähigkeit bei den experimentellen Untersuchungen zwischen fünf und zwölf Prozent. Für einige der Versuchsreihen aus 18CrNiMo7-6 ergibt sich jedoch auch bei Existenz einer harten Randschicht kein oder nur ein sehr geringer Einfluss der Schmierölbohrung. Während dies im Falle der kugelgestrahlten Varianten durch das Oberflächenbehandlungsverfahren begründet werden kann, ist eine exakte Erklärung bei den anderen, rein geometrisch unterschiedlichen Varianten zum derzeitigen Kenntnisstand nicht möglich. Potentielle Ursache könnte die Streuung der Werkstoffkennwerte sein, da für die drei untersuchten Referenzvarianten der Zahnfußausrundungsradien ebenfalls Schwankungen für  $\sigma_{FE}$  festgestellt werden. Da insbesondere auch für  $\rho_{a0}/m_n = 0,4$  nur sehr geringe Differenzen der Beanspruchbarkeit für die verschiedenen Bohrungsradien gemessen werden, kann ein geometrischer Zusammenhang ausgeschlossen werden.

Sowohl der Einsatzstahl 16MnCr5 als auch der Nitrierstahl 31CrMoV9 zeigen sehr ähnliche Tendenzen wie der Großteil der Versuche mit Prüfrädern aus 18CrNiMo7-6. Der nitrierte Werkstoff mit 7,3 Prozent Tragfähigkeitsverlust weist einen etwas stärkeren Bohrungseinfluss auf als 16MnCr5. Bei diesem Werkstoff nimmt die Zahnfußbeanspruchbarkeit durch die Schmierölbohrung nur um 4,8 Prozent ab.

Mit dem Vergütungsstahl 42CrMo4 liegt auch ein rein duktiler Werkstoff vor. Dieser zeigt – wie eingangs erwähnt – praktisch keinen Einfluss der Bohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit. Auch die verschiedenen Bohrungsradien weisen Beanspruchbarkeiten auf, deren Streuung im Bereich des Messfehlers liegt.

Liegt keine schwellende sondern eine wechselnde Belastung der Zähne vor, so scheint sich der Einfluss der Schmierölbohrung zu verringern; die beiden zugehörigen Wöhlerlinien unterscheiden sich praktisch nicht in ihrem Tragfähigkeitsniveau. Da auch für diese Untersuchungen der Werkstoff 18CrNiMo7-6 verwendet wurde, wäre eine Tragfähigkeitsminderung wie im Schwelllastbereich zu erwarten gewesen. Der Wechsellastfaktor von  $Y_A = 0,7$ , welcher zur Umrechnung von Wechsellasten in schwellende Lasten für eine Berechnung nach DIN 3990 dient, kann in den Versuchen sehr gut bestätigt werden.

Im Falle einer Torsionsbelastung, wie sie an Sonnenritzeln üblich ist, kommt es auch bei einer idealen Linienlast am Zahnkopf durch die Überlagerung der Biegeverformung des Zahnes mit der Verdrillung des Radkörpers zu einer dreieckförmigen Lastverteilung im Zahnfußgebiet. Für die mittels FEM untersuchten Fälle liegt aus diesem Grund auch bei Vorhandensein einer Schmierölbohrung das globale Spannungsmaximum im Zahnfußbereich nicht neben der Bohrung, sondern stets am Zahnrand auf der Seite der Einspannung. Es bildet sich jedoch im Bohrungsbereich

ein zusätzliches lokales Maximum heraus, welches für alle untersuchten Geometrievarianten geringere Beanspruchungswerte als das globale Maximum aufweist. Die Erhöhung der Mittelspannung, die durch mehrere Eingriffe am Sonnenrad auftritt, senkt die Zahnfußdauerfestigkeit  $\sigma_{FE}$  dabei nur geringfügig, wie durch Formeln aus der Literatur nachgewiesen wird [Bri].

Auf Grund der Versuchsergebnisse kann der theoretische Bohrungseinflussfaktor für Werkstoffe ohne harte Randschicht ohne weitere Modifikationen übernommen werden. Liegt jedoch eine harte Randschicht vor, so muss im Einklang mit den Resultaten der experimentellen Untersuchungen noch ein Korrekturfaktor von mindestens  $K = 3$  für die Tragfähigkeitsveränderung auf Grund der Bohrung eingefügt werden. Nur so können die Abminderungen der Zahnfußtragfähigkeit um maximal knapp über 10 Prozent sicher erfasst werden. Dies gilt jedoch explizit nur für eine nahezu symmetrische Lage der Schmierölbohrung in der Zahnücke in Umfangsrichtung. Rückt die Bohrung zum Beispiel durch Streuungen im Fertigungsprozess in den belasteten Zahnfuß hinein, zeigen bereits die FE-Ergebnisse deutlich größere Spannungskonzentrationen, deren Auswirkung auf die tatsächliche Tragfähigkeit bisher nicht sicher abschätzbar ist. Für Räder ohne Drehrichtungs-umkehr wäre ein Herausrücken der Bohrung aus dem belasteten Zahnfuß denkbar, die theoretischen Ergebnisse zeigen jedoch keinen nennenswerten positiven Einfluss auf die maximalen Spannungen im Zahnfußgebiet.

Durch geeignete topologische Korrekturen der Verzahnung, die in Breitenrichtung gezielt den Bereich um die Bohrung herum entlasten, können theoretisch auch die Einflüsse der Schmierölbohrung auf die Spannungsverteilung im Zahnfußgebiet aufgehoben werden. Dies bewirkt jedoch zwangsläufig ein geringfügig höheres Beanspruchungsniveau im restlichen Zahnfußgebiet.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass nach den vorliegenden Erkenntnissen das Vorhandensein einer Schmierölbohrung, welche symmetrisch in der Zahnücke sowie in Breitenrichtung in der Zahnmitte sitzt, nur einen verhältnismäßig geringen Einfluss auf die Zahnfußtragfähigkeit hat. Auch für Werkstoffe mit harten Randschichten, wie sie beim Einsatzhärten oder beim Nitrieren entstehen, liegt die Tragfähigkeitsminderung für große Teile der Untersuchungspalette im Bereich von fünf bis sieben Prozent. Nur für eine einzige Versuchsreihe überschreitet der Bohrungseinfluss die Marke von zehn Prozent geringfügig. Für Werkstoffe ohne harte Randschichten liegen die Abminderungen sogar weitgehend im nicht messbaren Bereich. Dies betrifft auch die kugelgestrahlten Versuchsräder aus 18CrNiMo7-6.

Ebenso zeigen die Versuche unter Wechsellast keinen Einfluss der Schmierölbohrung auf die Zahnfußfestigkeit, wobei der prinzipielle Einfluss der wechselnden Belastung mit dem Wechsellastfaktor  $Y_A$  sehr gut bestätigt werden kann.

## 7 Ausblick

Auch wenn die vorliegende Arbeit den Einfluss der Schmierölbohrungen grundsätzlich erfassen kann, gibt es doch, insbesondere für den praktischen Einsatz, noch weitere offene Fragen.

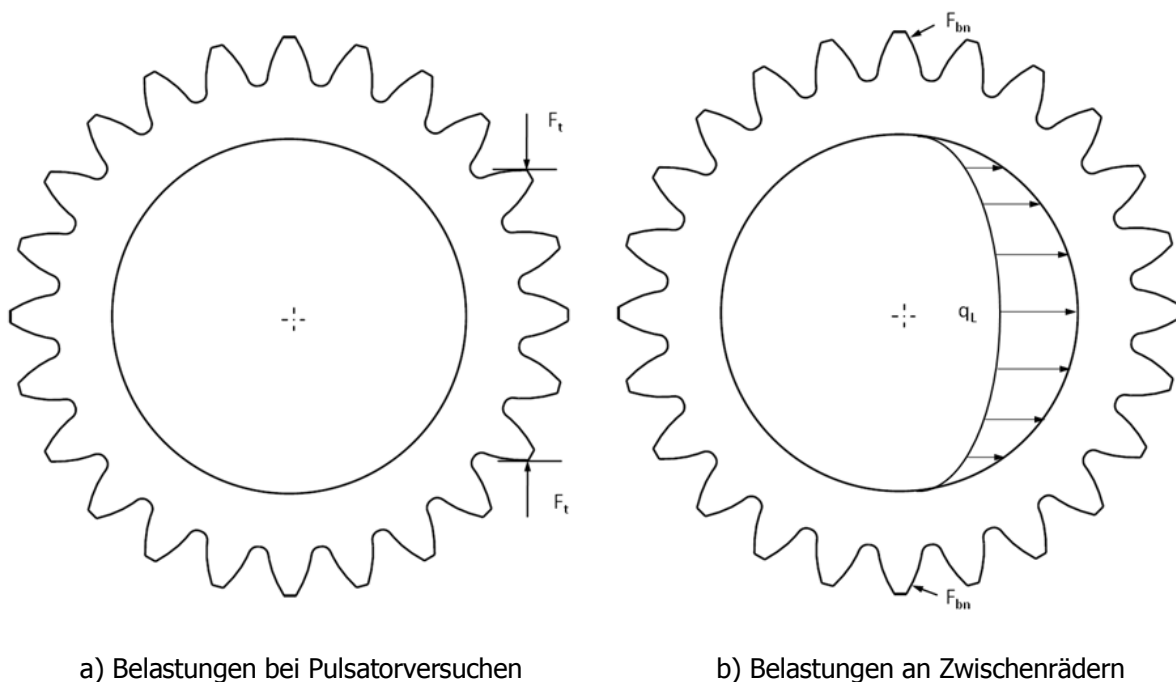
So sollte die Auswirkung der Lage der Bohrung in Umfangsrichtung unbedingt durch Messungen geprüft werden, damit die theoretischen Ergebnisse der Umfangslagevariation dieser Arbeit verifiziert werden können. Da bereits diese FEM-Untersuchungen Erhöhungen der Zahnfußbeanspruchungen um bis zu einem Drittel vorhersagen, die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen für andere Parameter jedoch in fast jedem Fall höher als die zugehörigen theoretischen Werte waren, sind hier kritische Auswirkungen auf die Tragfähigkeit der Verzahnung zu erwarten.

Aber auch für eine in Umfangsrichtung symmetrisch angeordnete Bohrung wäre eine Ausweitung des untersuchten Parameterbereichs sinnvoll. Eine nochmals größere Bohrung könnte bei der Klärung des Zusammenhangs zwischen den theoretischen Spannungskonzentrationen und den am Bauteil auftretenden Minderungen der Tragfähigkeit helfen. Für eine Schmiermittelversorgung von Planetenradlagern sind oft größere Bohrungsdurchmesser notwendig, daher sollte dieser Einsatzfall ebenfalls berücksichtigt werden.

Ein weiterer planetengetriebespezifischer Punkt betrifft die Vergrößerung des Eingriffswinkels. Diese führt bei Stirnradgetrieben zu einer Zunahme der Radialkräfte, was negative Auswirkungen auf die Lagerkräfte und Gehäuseverformungen hat. Bauartbedingt betrifft dieses Problem Planetengetriebe nicht, da sich hier die Radialkräfte der Zahneingriffe aufheben. Da durch den deutlich breiteren Zahnfuß dessen Tragfähigkeit deutlich steigt, kann dieser Weg zur Leistungssteigerung für Umlaufrädergetriebe genutzt werden. In Kombination mit einer Schmierung durch radiale Bohrungen im Zahnfuß ergibt sich jedoch das Problem, dass z. B. bei 28°-Verzahnungen die Zahnücke wesentlich schmaler ist, die Durchdringung der beiden Kerben Zahnfuß und Querbohrung also bei sonst gleichen Randbedingungen größer ist. Es ist daher zu erwarten, dass zumindest ein Teil der Tragfähigkeitssteigerung durch die Änderung des Eingriffswinkels von der Wirkung der Schmierölbohrung auf die Zahnfußtragfähigkeit negiert wird.

Insbesondere an Planetenrädern sind bei kleinen Übersetzungen oft sehr geringe Kranzdicken notwendig, um trotz der geringen Durchmesser der Zahnräder noch eine

tragfähige Lagerung der Zahnräder zu ermöglichen. Die vorliegenden Untersuchungen zeigten jedoch auch für eine Kranzstärke von  $s_K = 3 \cdot m_n$  kaum Auswirkungen auf die Zahnfußtragfähigkeit. Zum einen liegen die Kranzstärken an realen Planetenrädern jedoch durchaus noch unter  $s_K = 3 \cdot m_n$  und zum anderen bilden die Randbedingungen der Versuche wie auch der theoretischen Untersuchungen die realen Bedingungen an Zwischenrädern nur begrenzt ab, wie in Abbildung 68 zu sehen ist. So wird zum Beispiel die Dehnung des sehr dünnen Zahnkranzes auf dem Pulsator vernachlässigt.



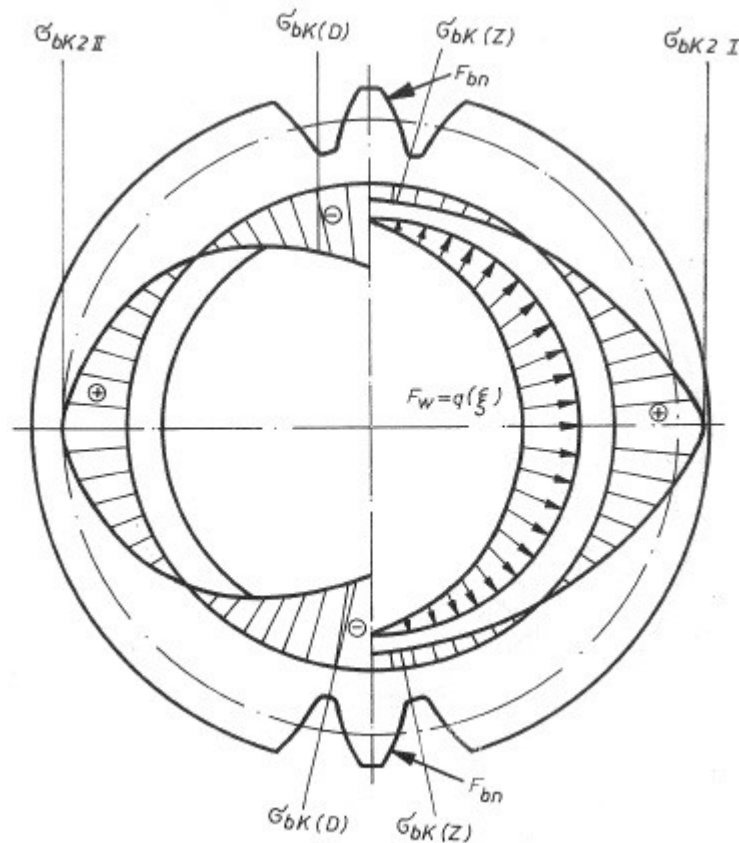
a) Belastungen bei Pulsatorversuchen

b) Belastungen an Zwischenrädern

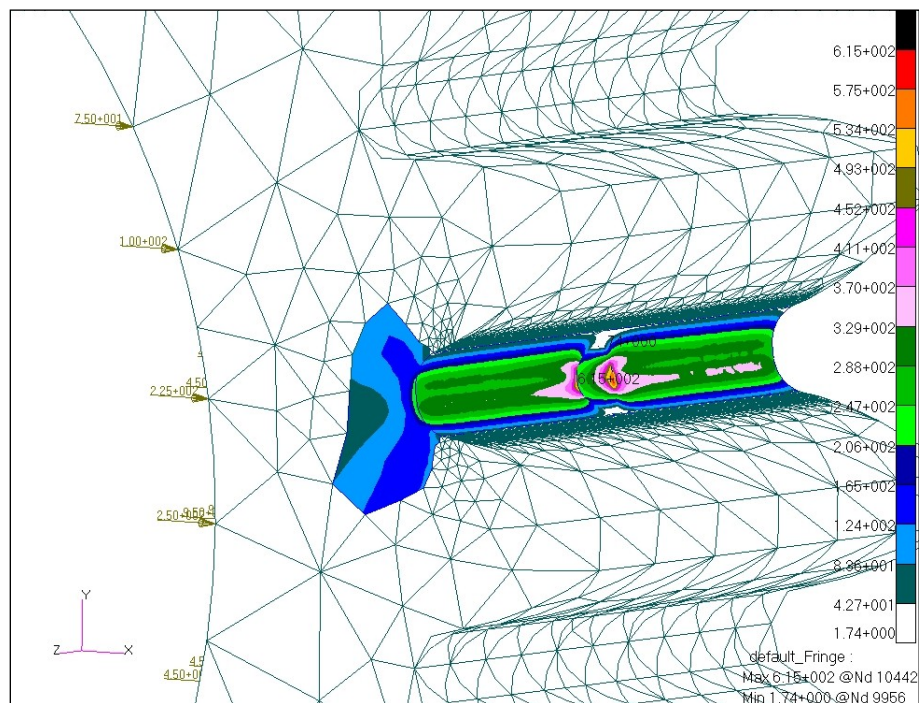
**Abbildung 68: Unterschiede in den Randbedingungen für Pulsatoreinspannung und Zwischenrad**

Im Falle gleitgelagerter Planetenräder, bei denen die Verformung des Zahnkranzes nur minimal behindert wird, kommt es zudem zu einer Verlagerung des Spannungsmaximums. Körting hat nachgewiesen, dass das Maximum der Zahnkranzbeanspruchung in diesem Fall nicht mehr im Eingriffsgebiet liegt, sondern mittig zwischen den beiden Eingriffen (siehe Abbildung 69) [Kör].

Dadurch liegt bei geraden Zähnezahlen das Spannungsmaximum exakt in der Zahnlückenmitte. Eine Schmierölbohrung hat also wesentlich größere Auswirkungen auf die Spannungsverteilung im Zahnfußgebiet als bei Zahnfüßen im Eingriffsgebiet. Abbildung 70 zeigt die Resultate für einen näherungsweise betrachteten Einzelfall.



**Abbildung 69: Biege- und Kontaktspannung im Zahnkranz nach Körting [Kör]**



**Abbildung 70: Spannungsverteilung im Zahnfuß im Bereich hoher Kranzbiegung**

Das Spannungsmaximum liegt in diesem Fall erwartungsgemäß an der Bohrungskante. Es kommt dabei zu Überhöhungen der Beanspruchung im Zahngrund

um rund zwei Drittel des ungestörten Spannungswertes ohne die Bohrung. Die Komplexität der Randbedingungen, insbesondere die Lagerbelastung ist dabei sowohl bei FEM-Untersuchungen wie auch Versuchen sehr hoch. Dies dürfte eine Betrachtung deutlich erschweren.

Ein letzter wichtiger Punkt, welcher weitergehende Analysen in jedem Fall verdient, ist die Wirkung der Schmierölbohrung auf die Anrissgefährdung nitrierter Räder. Dank des flacheren Verlaufs der Wöhlerlinie – [Lin] gibt für 31CrMoV9 ausgehend von den Werten in DIN 3990 einen Wöhlerlinienexponenten von  $q_F = 17$  gegenüber  $q_F = 8,7$  für 18CrNiMo7-6 an – reagieren Nitrierstähle empfindlicher auf quasistatische Überlasten im Betrieb. Eine Schmierölbohrung könnte diesen Effekt weiter verstärken, genauere Kenntnisse dazu würden die Betriebssicherheit der zugehörigen Getriebe erhöhen.

## 8 Literatur

### Normen

- [DIN1] *DIN 3990, Teil 1-5*: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern, Teil 1 bis 5. Beuth Verlag, Berlin, 1987.
- [DIN2] *DIN EN ISO 2639*: Stahl - Bestimmung und Prüfung der Einsatzhärtungstiefe. Beuth Verlag, Berlin, 2003.
- [DIN3] *DIN EN ISO 18265*: Metallische Werkstoffe - Umwertung von Härtewerten. Beuth Verlag, Berlin, 2004.
- [ISO1] *ISO 6336*: Tragfähigkeitsberechnung von gerad- und schrägverzahnten Stirnrädern, Teil 1 bis 6. Beuth Verlag, Berlin, 2006.

### Literatur

- [Bae] *Bärwolff, G.*: Höhere Mathematik für Naturwissenschaftler und Ingenieure, 2. Auflage, Elsevier Spektrum Akad. Verlag, München, Heidelberg, 2006.
- [Bet] *Betten, J.*: Finite Elemente für Ingenieure, 1. Grundlagen, Matrixmethoden, Elastisches Kontinuum. 2. Auflage, Springer Verlag, Berlin 1997.
- [Bri] *Brinck, P.*: Zahnfußtragfähigkeit oberflächengehärteter Stirnräder bei Last- richtungsumkehr. Dissertation, TU München, 1989.
- [Cor] *Cornelius, E. A., Jäger, T.*: Unterlagen zur Dimensionierung längsgenuteter Wellen unter reiner Torsion. Konstruktion 22 (1970), S. 188-193.
- [Els] *Elstorpff, M.-G.*: FVA-Studie Zahnradkennwerte, Bericht zur FVA-Informations- tagung. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, 1989.
- [Die] *Dietmann, H.*: Zur Berechnung von Kerbwirkungszahlen. Konstruktion 37 (1985) H. 2, S. 67 - 71.
- [Die1] *Diemar, A. D.*: Simulation des Einsatzhärtens und Abschätzung der Dauer- festigkeit einsatzgehärteter Bauteile. Dissertation, Bauhaus-Universität Weimar, 2007.



- [Dol] *Dolan, T. J.*: Simultaneous Effect of Corrosion and Abrupt Changes in section on the Fatigue Strength of Steel. Trans. ASME Series E, J. of Applied mechanics 60 (1938), S. A141/148.
- [Eul] *Eulitz, K.-G., Döcke, H., Esderts, A.*: Lebensdauervorhersage I, Vorhaben Nr. 152, Forschungskuratorium Maschinenbau, Frankfurt/Main, 1994.
- [FH1] *Bergmann, C.-J.*: Untersuchungen über die unterschiedlichen Beanspruchungsverhältnisse von Stirnrädern in Lauf- und Pulsatorprüfständen. FVA-Forschungsheft Nr. 159, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, 1983.
- [FH2] *Kupfer, R.*: Begutachtung der Eingriffsverhältnisse von Verzahnungen durch eine Tragbildprüfung mit Feinpapier. FVA-Forschungsheft Nr. 568, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, 1998.
- [FH3] *Weigand, U.*: Steigerung der Zahnfußtragfähigkeit durch Reinigungsstrahlen. FVA-Forschungsheft Nr. 575, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, 1999.
- [FH4] *Mauch, H.*: Statistische Methoden zur Beurteilung von Bauteillebensdauer und Zuverlässigkeit und ihre beispielhafte Anwendung auf Zahnräder. FVA-Forschungsheft Nr. 580, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, 1999.
- [FH5] *Melzer, D.*: Getriebewellen – Maximalbelastung: Experimentelle Ermittlung der Anriss- und Verformungsgrenze von einsatzgehärteten Getriebewellen bei statischer Belastung. FVA-Forschungsheft Nr. 698, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, 2003.
- [Frö] *Fröhlich, P.*: FEM-Leitfaden. Einführung und praktischer Einsatz von Finite-Element-Programmen. Springer Verlag, Berlin, 1995.
- [Gre] *Grekoussis, R., Panajotidis, K.*: Entlastungsnuten am Wellenabsatz. Konstruktion 35 (1983) H. 10, S. 387 - 390.
- [Hai] *Haibach, E.*: Betriebsfestigkeit. Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1989.

- [Hän] *Hänchen, R.:* Neue Festigkeitsberechnung für den Maschinenbau. Carl Hanser Verlag, München, 1960.
- [Hei] *Heinrich, J.:* Kerbwirkung an Sicherungsringnuten und Berechnung von Sicherungsringverbindungen. Dissertation, TU Darmstadt, 1984.
- [Her] *Herold, W.:* Versuche über Drehschwingfestigkeit abgesetzter, genuteter und durchbohrter Wellen. VDI-Z 81 (1937) Nr. 18, S. 505-509.
- [Hös] *Hösel, Th., Goebbelet, J.:* Empfehlung zur Vereinheitlichung von Flankentragfähigkeitsversuchen an vergüteten und gehärteten Zylinderrädern. FVA-Merkblatt 0/5 Frankfurt/Main 1979, [21/b] : Ergänzung. 1999, [21/c] : Entwurf zur Ergänzung. 2008.
- [Hös1] *Hösel, Th., Joachim, F.:* Zahnflankenwälzfestigkeit unter Berücksichtigung der Ausfallwahrscheinlichkeit. antriebstechnik 17, Heft Nr. 12, S. 533 - 537, 1978.
- [Hüc] *Hück, M.:* Ein verbessertes Verfahren für die Auswertung von Treppenstufenversuchen. Berichtsband der 6. Sitzung des DVM-Arbeitskreises Betriebsfestigkeit, S. 147 - 176, Berlin, 1981.
- [IWMW] *Lier, A., Zinn, W.:* TUD001/TUD002 – Ergebnisberichte der Eigenspannungsuntersuchungen an Prüfrädern, Institut für Werkstofftechnik, Universität Kassel, Kassel, 2009/2010.
- [IWW] *Uhlig, W.:* Berichte Nr. 1898, 1911 und 1926: Werkstofftechnische Untersuchungen an Prüzzahnradern, Institut für Werkstoffwissenschaft und Werkstofftechnik, TU Chemnitz, Chemnitz, 2009/2010.
- [Jud] *Judt, H. O.:* Spannungsoptische Untersuchungen und Optimierung von Entlastungskernen. Dissertation, TU-Clausthal, 1973.
- [Kle] *Klein, B.:* FEM – Grundlagen in der Anwendung der Finite-Elemente-Methode im Maschinenbau und Fahrzeugbau. Studium Technik, Vieweg, Wiesbaden, 2005.
- [Kör] *Körting, A.:* Berechnung der örtlichen Spannungen im Zahnfuß bei elastisch gestaltetem Radkörper, Dissertation, TU Dresden, 1988

- [Kuc] *Kuchling, P.*: Experimentelle und theoretische Untersuchungen an Stirnrädern mit Schmierölbohrung, Diplomarbeit, TU Dresden, 2009.
- [Kul] *Kullmer, G.* : Tragfähigkeitsvorhersage für Bauteile mit Kerben und Rissen. Fortschritt – Bericht VDI, Reihe 18: Mechanik/Bruchmechanik Nr. 152, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1994.
- [Lin] *Linke, H.*: Stirnradverzahnung – Berechnungen Werkstoffe Fertigung. Carl Hanser Verlag, München; Wien 2010.
- [May1] *Mayr, M., Kuhn, G.*: Entlastungskerb an Wellen. Konstruktion 33, Heft 9, S. 347 – 349, 1981.
- [May2] *Mayer-Eschenbach, A.*: Untersuchungen zur Gestaltung und Berechnung von hochbeanspruchten Wellen mit axial belasteten Kerben. Dissertation, TU Berlin, 1996.
- [Mei] *Meißner, U., Menzel, A.*: Die Methode der finiten Elemente – Eine Einführung in die Grundlagen. Springer Verlag, Berlin 2000.
- [Mos] *Moszynki, W.*: Ermüdungsfestigkeit von Maschinenelementen. Panstwowe wydawnictwo techniczne, Warschau, 1953.
- [Mow] *Mowbray, A. Q., Jr.*: The Effect of Superposition of Stress Raisers on Members Subjected to Static or Repeated loads. Proc. SESA 10, Nr. 2, S. 153 – 166, 1953.
- [Mül] *Müller, G., Groth, C.*: FEM für Praktiker-Band 1: Grundlagen. 5. Auflage, Expert-Verlag, Renningen, 2000.
- [Neu] *Neuber, H.*: Kerbspannungslehre, Theorie der Spannungskonzentration – Genaue Berechnung der Festigkeit. 3. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 1985.
- [PCS] *Börner, J.*: PC-SPANN, EDV-Programm. TU-Dresden, 2000.

- [Per] *Perseke, W.*: Untersuchung zur Mehrfachkerbwirkung beim Zusammentreffen von Passfedernut und Wellenabsatz sowie Passfedernut und Sicherungsringnut. Dissertation, TH Darmstadt, 1984.
- [Rad] *Radaj, D.*: Ermüdungsfestigkeit; Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau. 2. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2003.
- [Rie] *Rieg, F., Hackenschmidt, R.*: Finite Elemente Analyse für Ingenieure – Eine leicht verständliche Einführung. 2. Auflage, Carl Hanser Verlag, München, 2003.
- [Saw] *Sawin, G. N.*: Spannungsüberhöhung am Rande von Löchern. VEB Verlag Technik, Berlin, 1956.
- [Sch] *Scheufler, C.*: Kerbempfindlichkeit einsatzgehärteter Verzahnungen. Dissertation, TU-Dresden, 1998.
- [Spo] *Sporbert, K.*: Beitrag zur Tragfähigkeitsberechnung an einsatzgehärteten Zahnrädern mit Schleifabsätzen. Dissertation, TU-Dresden, 1982.
- [Sve] *Svenson, O.*: Zur Berechnung der Formzahl durchdringender Kerben. Zbl. Werkstoffforschung, Sonderheft Festigkeitskolloquium Stuttgart, 1949.
- [Thu1] *Thum, A., Svenson, O.*: Mehrfache Kerbwirkung Entlastungskerben – Überlastungskerben. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, Nr. 10, Düsseldorf, 1950.
- [Thu2] *Thum, A., Petersen, C., Svenson, O.*: Verformung, Spannung und Kerbwirkung. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1960.
- [Vag] *Vagapov, P. D., Sisorina, O. I.*: (Titel ist übersetzt) Die Auswirkung von überlagerten Spannungskonzentrationen bei schwingender Beanspruchung. Moskau: Izd. Ak. Nauk SSSR, S. 36 – 51, 1959.
- [Vic] *Vicentini, V.*: Stress Concetration Factors for Superposed Notches. Proc. SESA 24, Nr. 1 S. 117 – 123, 1967.

## 9 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Definition des Einflussfaktors für Schmierölbohrungen $Y_{OeB}$ in Anlehnung an $Y_{Sg}$ für Schleifkerben .....	2
Abbildung 2: Abgesetzter Flachstab unter Zug mit einseitiger Entlastungskerbe .....	6
Abbildung 3: FEM-Elementtypen .....	8
Abbildung 4: Ergebnisqualität für verschiedene FEM-Elementtypen .....	10
Abbildung 5: Verzahnungsgeometrie der Grundvariante ( <sup>1</sup> ) Kennzeichnung in Tabelle 1).....	12
Abbildung 6: FE-Modell des Präprozessors .....	13
Abbildung 7: Ergebnisse der FEM-Variationsrechnung .....	14
Abbildung 8: Ergebnisse der FEM-Untersuchungen an der alternativen Zahnform [Kuc].....	15
Abbildung 9: Ergebnisse der Untersuchung des Torsionseinflusses.....	16
Abbildung 10: Auswertung der Umfangslagevariation der Bohrung .....	17
Abbildung 11: Bohrungslage und Ergebnisplots .....	18
Abbildung 12: Definition des Bohrungsindex I .....	20
Abbildung 13: Ergebnisauswertung der Parametervariation für die Bohrung in der Zahnlückenmitte .....	21
Abbildung 14: Schema zur Ermittlung $Y_{OeB,theor}$ .....	22
Abbildung 15: Ergebnisauswertung der Parametervariation der Bohrungsumfangslage .....	22
Abbildung 16: Ergebnisse der Untersuchung des Zahnbreiteneinflusses.....	23
Abbildung 17: Auswertung des Spannungsgradienten .....	24
Abbildung 18: Abgleich der FEM-Werte mit einer BEM-Rechnung.....	24
Abbildung 19: Auswertung des Spannungsgradienten für verschiedene Bohrungsdurchmesser .....	25
Abbildung 20: Vernetzung im Bereich des Bohrungsauslaufes und der Fasen .....	26
Abbildung 21: Lastverteilungen im Zahnfußgebiet mit Schmierölbohrung und Verzahnungsmodifikationen .....	28
Abbildung 22: Vorrichtung für Schwelllastversuche; (1) Schema – (2) Schema mit Blick auf Kalotten – (3) Aufbau am Pulsator .....	31
Abbildung 23: Vorrichtung für Wechsellastversuche, (1) Schema - (2) aufgebaute Vorrichtung .....	32
Abbildung 24: Schema der Lasteinleitung für Wechsellastversuche .....	33
Abbildung 25: Kontrolle des Breitenlasttragbildes mit der Feinpapiermethode .....	34
Abbildung 26: Kontrolle der Breitenlastverteilung mit Hilfe der Bruchflächen.....	34
Abbildung 27: 2D-Kontaktmodell.....	35
Abbildung 28: Auswertung der 2D-Kontaktrechnung.....	36
Abbildung 29: Diagramm für den Faktor der Verlagerung des Kraftangriffspunktes unter Last .....	36
Abbildung 30: Auswertung der Kontaktnormalkräfte .....	37
Abbildung 31: Auswertung der Zahnfußspannungen der 3D-Kontaktrechnung .....	37
Abbildung 32: Modifiziertes Probitverfahren [Hös1] .....	40
Abbildung 33: Versuchsergebnisse für den Werkstoff 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet und $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ .....	42
Abbildung 34: Versuchsergebnisse für den Werkstoff 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet und $\rho_{a0}/m_n = 0,2$ .....	43
Abbildung 35 : Versuchsergebnisse für den Werkstoff 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet und $\rho_{a0}/m_n = 0,4$ .....	44
Abbildung 36: Versuchsergebnisse der kugelgestrahlten Versuchsräder .....	45
Abbildung 37: Duktiler Bruch im Zahnkopfbereich .....	45
Abbildung 38: Versuchsergebnisse für die Untersuchung anderweitig schwer zugänglicher Parameter – Kranzdicke und Bohrung .....	46
Abbildung 39: Versuchsergebnisse für 16MnCr5, einsatzgehärtet.....	47
Abbildung 40: Versuchsergebnisse für 31CrMoV9, nitriert.....	48

Abbildung 41: Versuchsergebnisse für 42CrMo4, vergütet .....	49
Abbildung 42: Kraftangriff der Prüfvorrichtung für Wechsellastversuche .....	51
Abbildung 43: Ergebnisse der Wechsellastversuche .....	53
Abbildung 44: Randschichtgefüge mit Verbindungsschicht für 31CrMoV9.....	56
Abbildung 45: Bruchbild für einen Zahn aus 31CrMoV9, nitriert - $\rho_{ao}/m_n = 0,3$ , $d_B = 3,5$ mm	57
Abbildung 46: Ergebnisse der Eigenspannungsuntersuchung der Geometrievarianten für 18CrNiMo7-6 .....	58
Abbildung 47: Messpunkte der Eigenspannungsmessung in Breitenrichtung .....	59
Abbildung 48: Ergebnisse für die Eigenspannungsmessung entlang des Berührungspunktes der 30°-Tangente.....	59
Abbildung 49: Eigenspannungen kugelgestrahlter Räder sowie Ergebnisse für Räder aus 31CrMoV9, nitriert.....	60
Abbildung 50: Modelle für Eigenspannungssimulation .....	62
Abbildung 51: FEM-Modell, Ring ohne Bohrung .....	63
Abbildung 52: Verformungsplot des Ringmodells .....	64
Abbildung 53: Spannungsplot des Ringmodells ohne Bohrung .....	65
Abbildung 54: Spannungsplot des Ringmodells mit Bohrung $d_B = 3,0$ mm .....	65
Abbildung 55: Verformungsplot des Ringmodells mit Bohrung .....	66
Abbildung 56: FEM-Modell für L-Stück mit Bohrung und Randbedingungen.....	67
Abbildung 57: Verformungsplot des L-Stückes .....	68
Abbildung 58: Spannungsplot des L-Stückes im Radiusbereich .....	68
Abbildung 59: Verformungsplot des L-Stückes mit Bohrung $d_B = 3,0$ mm .....	69
Abbildung 60: Spannungsplot des L-Stücks mit Bohrung .....	69
Abbildung 61: FEM-Modell der Zahnücke .....	70
Abbildung 62: Deformationsplot des Zahnückenmodells ohne Bohrung.....	72
Abbildung 63: Spannungsplot des Zahnückenmodells ohne Bohrung .....	72
Abbildung 64: Spannungsplot des Zahnückenmodells mit Bohrung.....	73
Abbildung 65: Randbedingungen des Zahnradsegmentmodells mit MPCs (1) und fixierten Knoten (2).....	74
Abbildung 66: Eigenspannungsverteilung $\sigma_{NSH,min}$ am Zahnradsegmentmodell.....	75
Abbildung 67: Beanspruchungen $\sigma_{NSH,max}$ am Zahnradsegmentmodell.....	76
Abbildung 68: Unterschiede in den Randbedingungen für Pulsatoreinspannung und Zwischenrad .....	81
Abbildung 69: Biegenennspannung im Zahnkranz nach Körting [Kör] .....	82
Abbildung 70: Spannungsverteilung im Zahnfuß im Bereich hoher Kranzbiegung.....	82

## 10 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Varianten für die theoretische Untersuchung .....	11
Tabelle 2: Ergebnisse der FEM-Variationsrechnung.....	14
Tabelle 3: Verzahnungsparameter der alternativen Zahnform.....	15
Tabelle 4: Zahlenwerte der Umfangslagevariation .....	19
Tabelle 5: Versuchsprogramm für Pulsatorversuche.....	29
Tabelle 6: Formeln zur Versuchsauswertung im Zeitfestigkeitsgebiet [Eul].....	38
Tabelle 7: Parameter der Versuchsverzahnungen .....	41
Tabelle 8: Erreichte Festigkeitswerte $\sigma_{FE}$ der Werkstoffe der Versuchsräder ohne Bohrung..	49
Tabelle 9: Zusammenfassung der Versuchsergebnisse .....	50
Tabelle 10: Parameter und Faktoren für Wechsellasträder.....	52
Tabelle 11: Parameter des Ringmodells.....	63
Tabelle 12: Spannungswerte des Ringmodells.....	66
Tabelle 13: Parameter L-Modell .....	67
Tabelle 14: Spannungswerte für L-Modelle .....	70
Tabelle 15: Parameter des Zahnlückenmodells.....	71
Tabelle 16: Parameter des benutzten Zahnradsegmentmodells.....	75

# 11 Anhang

## Verzeichnis der Anhänge

Anhang 1: Zeichnung für Prüfrad OEB1006, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_B = 2,5$ mm, 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet .....	94
Anhang 2: Zeichnung für Prüfrad OEB1014, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_B = 2,5$ mm, 31CrMoV9, nitriert.....	95
Anhang 3: Zeichnung für Prüfrad OEB1018, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_B = 2,5$ mm, 42CrMo4, vergütet .....	96
Anhang 4: Zeichnung für Prüfrad OEB1018, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_B = 2,5$ mm, 16MnCr5, einsatzgehärtet .....	97
Anhang 5: Zeichnung für Prüfrad OEB1024, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ $d_B = 2,5$ mm, 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, für Wechsellastversuche .....	98
Anhang 6: Datenblatt des Fräasers für $\rho_{a0}/m_n = 0,2$ .....	99
Anhang 7: Datenblatt des Fräasers für $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ .....	100
Anhang 8: Datenblatt des Fräasers für $\rho_{a0}/m_n = 0,4$ .....	101
Anhang 9: Vergleich Profilplot mit Profil der Verzahnung aus PC-Spann .....	102
Anhang 10: FEM-Ergebnisse für $\rho_{a0}/m_n = 0,02$ - $d_B = 0$ mm .....	103
Anhang 11: FEM-Ergebnisse für $\rho_{a0}/m_n = 0,02$ - $d_B = 3,5$ mm .....	103
Anhang 12: FEM-Ergebnisse für $\rho_{a0}/m_n = 0,40$ - $d_B = 0$ mm .....	104
Anhang 13: FEM-Ergebnisse für $\rho_{a0}/m_n = 0,40$ - $d_B = 3,5$ mm .....	104
Anhang 14: FEM-Ergebnisse für $\rho_{a0}/m_n = 0,4$ - $d_B = 0$ mm und Protuberanzwerkzeug .....	105
Anhang 15: FEM-Ergebnisse für $\rho_{a0}/m_n = 0,4$ - $d_B = 3,5$ mm und Protuberanzwerkzeug .....	105
Anhang 16: FEM-Ergebnisse für $\rho_{a0}/m_n = 0,47$ - $d_B = 0$ mm .....	106
Anhang 17: FEM-Ergebnisse für $\rho_{a0}/m_n = 0,47$ - $d_B = 3,5$ mm .....	106
Anhang 18: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,2$ , $d_B = 0$ mm .....	107
Anhang 19: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,2$ , $d_B = 2,5$ mm.....	107
Anhang 20: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 0$ mm .....	108
Anhang 21: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 1,5$ mm.....	108
Anhang 22: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm.....	109
Anhang 23: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 3,5$ mm.....	109
Anhang 24: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm, $s/m_n = 3$ .....	110
Anhang 25: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm, $s/m_n = 8$ .....	110
Anhang 26: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm, $R_{aBohrung}$ geringer .....	111
Anhang 27: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm, Bohrung nicht mit einsatzgehärtet.....	111
Anhang 28: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 0$ mm, kugelgestrahlt.....	112
Anhang 29: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm, kugelgestrahlt .....	112
Anhang 30: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,4$ , $d_B = 0$ mm .....	113
Anhang 31: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,4$ , $d_B = 2,5$ mm.....	113
Anhang 32: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 42CrMo4, vergütet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 0$ mm.....	114



Anhang 33: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 42CrMo4, vergütet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm.....	114
Anhang 34: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 42CrMo4, vergütet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 3,5$ mm.....	115
Anhang 35: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 16MnCr5, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 0$ mm.....	115
Anhang 36: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 16MnCr5, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm.....	116
Anhang 37: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 16MnCr5, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 3,5$ mm.....	116
Anhang 38: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 31CrMoV9, nitriert, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 0$ mm.....	117
Anhang 39: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 31CrMoV9, nitriert, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm.....	117
Anhang 40: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 31CrMoV9, nitriert, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 3,5$ mm.....	118
Anhang 41: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 31CrMoV9, nitriert, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm, $Ra_{Bohrung}$ geringer .....	118
Anhang 42: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 0$ mm, Wechsellast .....	119
Anhang 43: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet, $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ , $d_B = 2,5$ mm, Wechsellast.....	119
Anhang 44: Einsatzhärtetiefenverläufe für die drei untersuchten Zahnräder aus 18CrNiMo7-6 [IWW].....	120
Anhang 45: Einsatzhärtetiefenverlauf für das untersuchte Zahnrad aus 16MnCr5 [IWW].....	120
Anhang 46: Nitrierhärtetiefenverlauf für das untersuchte Zahnrad aus 31CrMoV9 [IWW].....	121
Anhang 47: Schliff des Randschichtgefüges im Zahnfußbereich für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet [IWW].....	121
Anhang 48: Schliff des Kerngefüges im Zahnfußbereich für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet [IWW] .....	122
Anhang 49: Schliff des Randschichtgefüges mit erhöhtem Restaustenitgehalt im Zahnkopfbereich für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet [IWW].....	122
Anhang 50: Schliff des Randschichtgefüges im Zahnfußbereich für 16MnCr5, einsatzgehärtet [IWW].....	123
Anhang 51: Schliff des Kerngefüges im Zahnfußbereich für 16MnCr5, einsatzgehärtet [IWW] ...	123
Anhang 52: Schliff des Kerngefüges im Zahnfußbereich für 42CrMo4, vergütet [IWW].....	124
Anhang 53: Schliff des Kerngefüges im Zahnfußbereich für 31CrMoV9, nitriert [IWW] .....	124
Anhang 54: Systematischer Messfehler der zwei Schwellastversuchsstände .....	125
Anhang 55: Tabelle mit Messwerten zur Überprüfung des systematischen Messfehlers der Schwellastversuchsstände .....	125
Anhang 56: Prüfprotokoll des Wechsellastversuchsstandes, Teil 1 .....	126
Anhang 57: Prüfprotokoll des Wechsellastversuchsstandes, Teil 2 .....	127
Anhang 58: Prüfprotokoll des Wechsellastversuchsstandes, Teil 3 .....	128









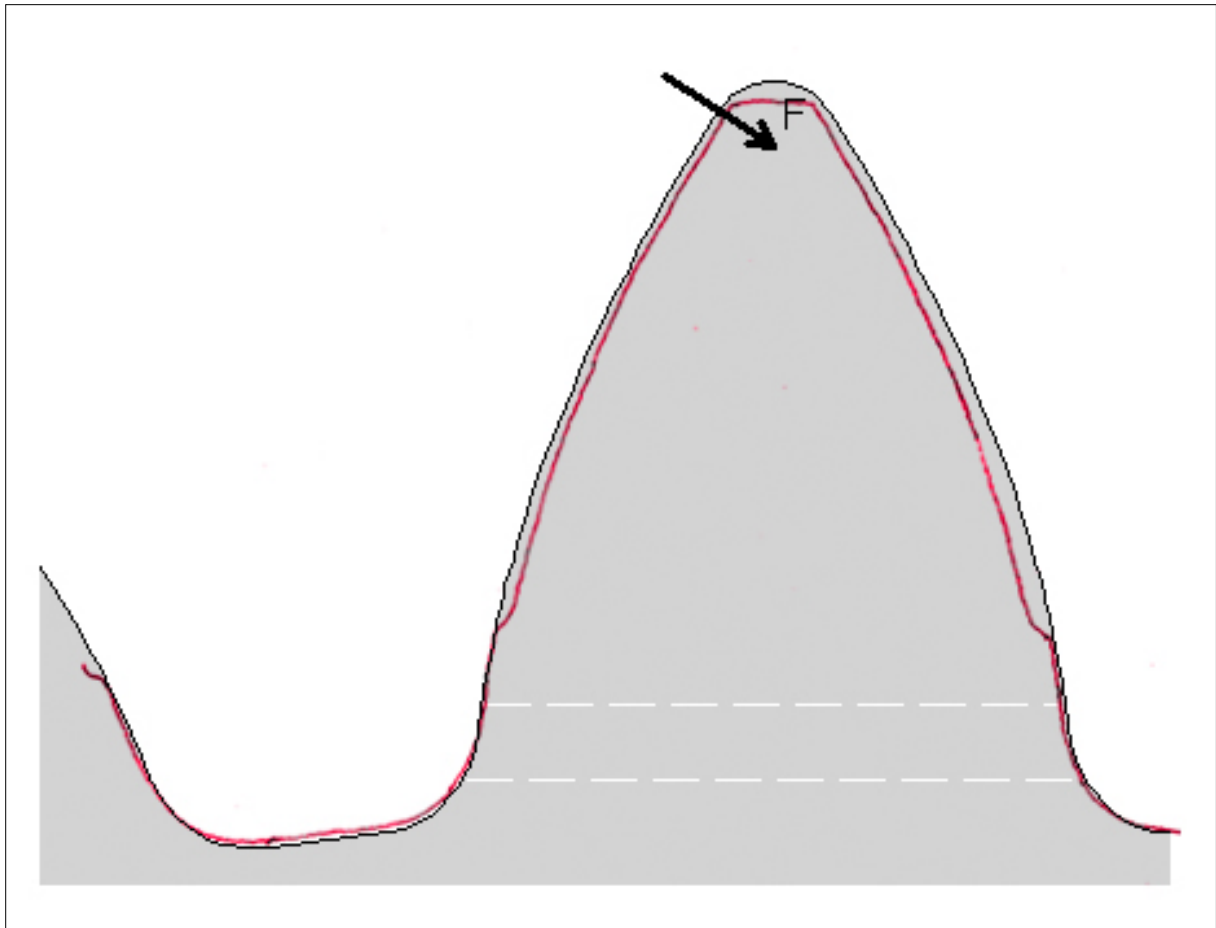


## Anhang 6: Datenblatt des Fräasers für $\rho_{a0}/m_n = 0,2$

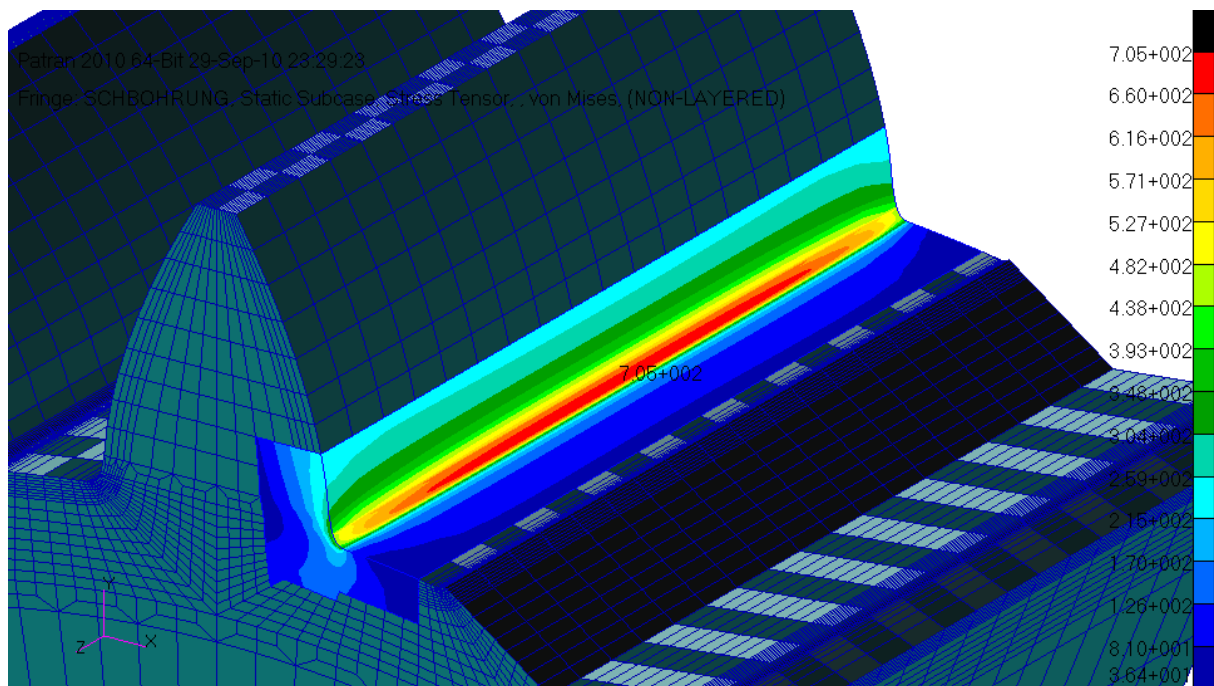
## Anhang 7: Datenblatt des Fräasers für $\rho_{a0}/m_n = 0,3$



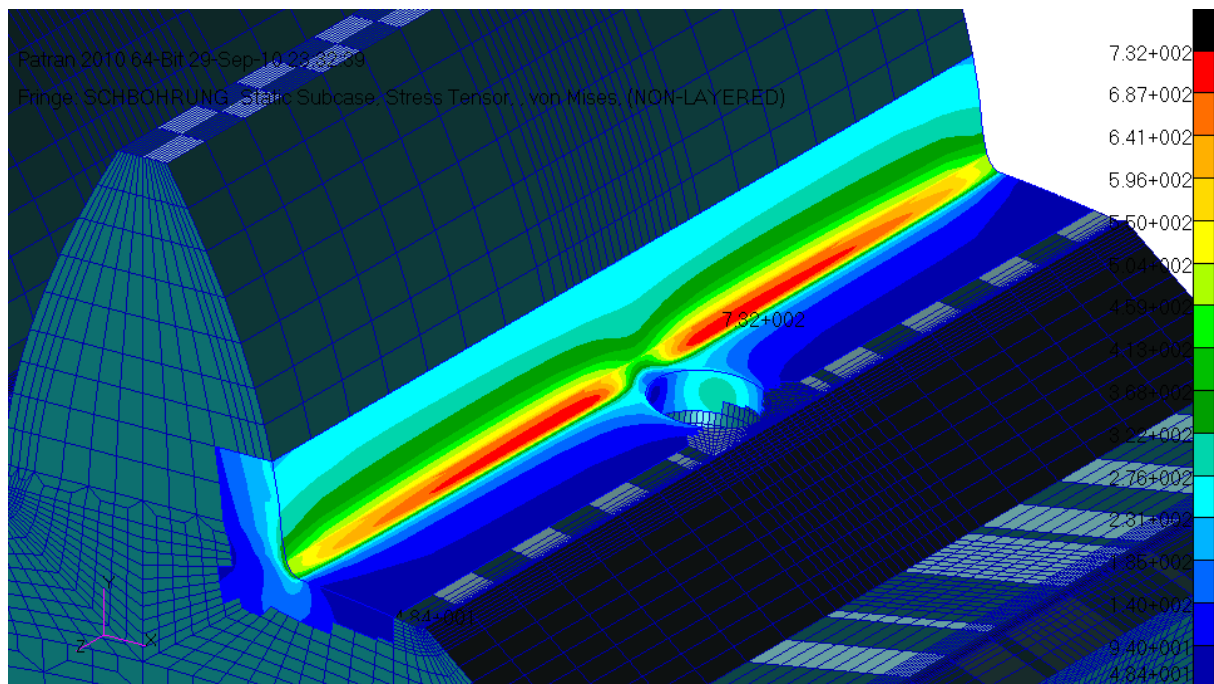
## Anhang 8: Datenblatt des Fräasers für $\rho_{a0}/m_n = 0,4$



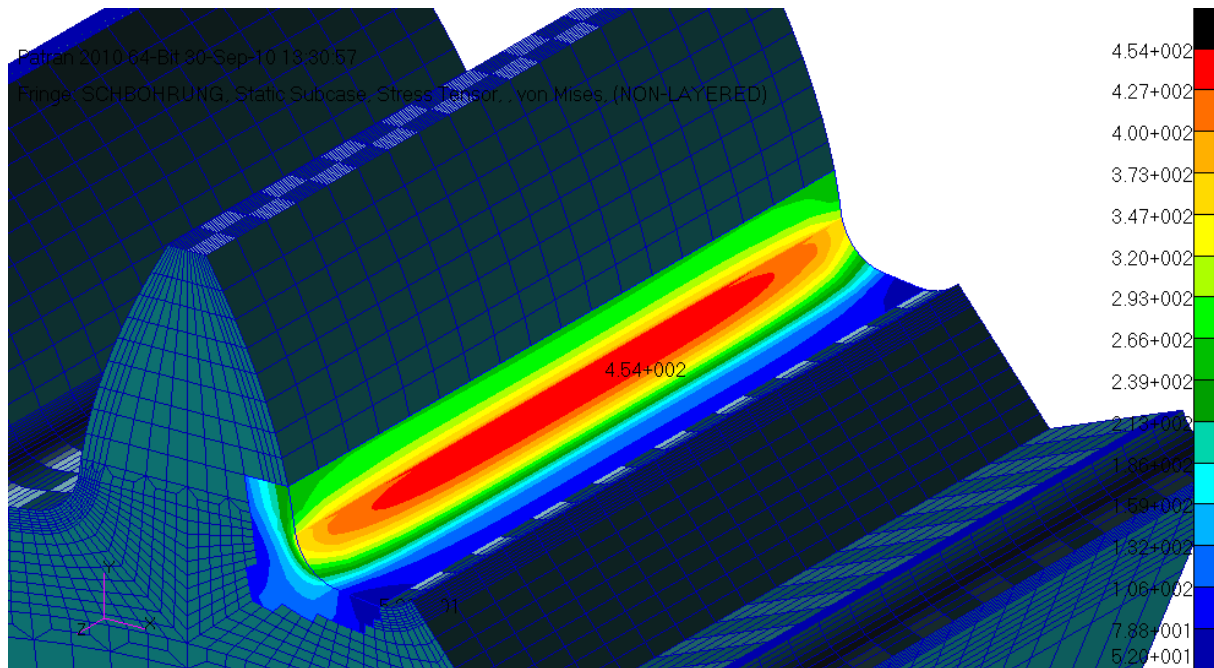
**Anhang 9: Vergleich Profilplot mit Profil der Verzahnung aus PC-Spann**



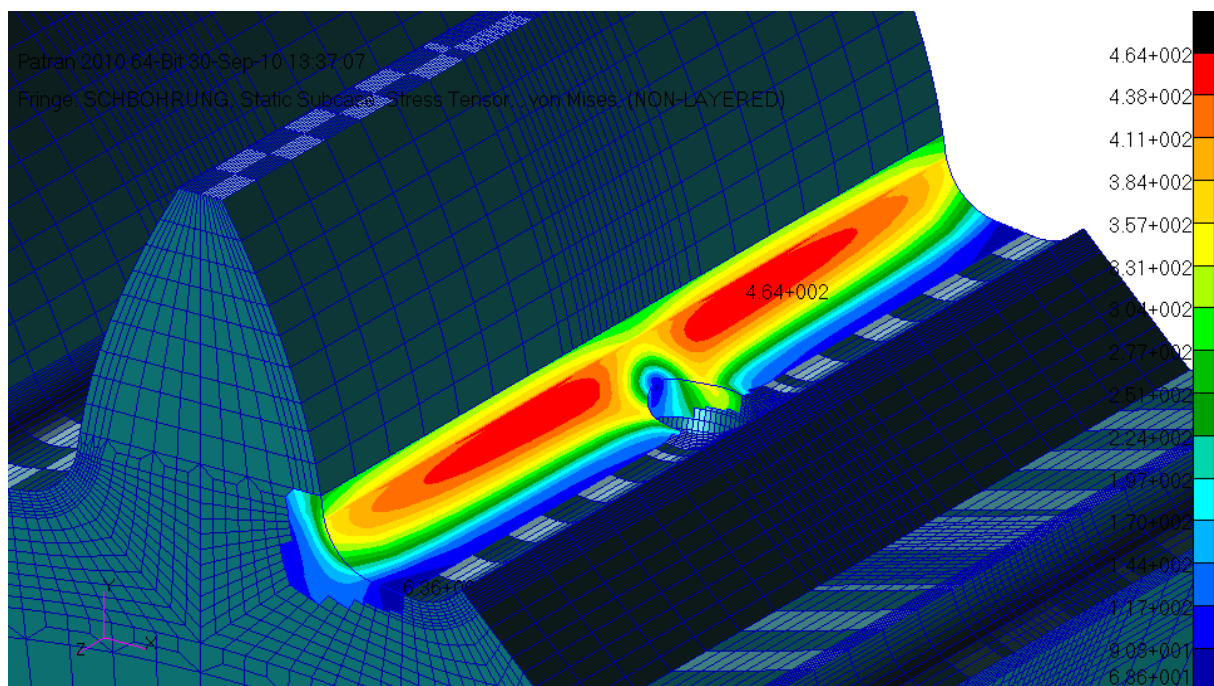
**Anhang 10: FEM-Ergebnisse für  $\rho_{a0}/m_n = 0,02$  -  $d_B = 0$  mm**



**Anhang 11: FEM-Ergebnisse für  $\rho_{a0}/m_n = 0,02$  -  $d_B = 3,5$  mm**

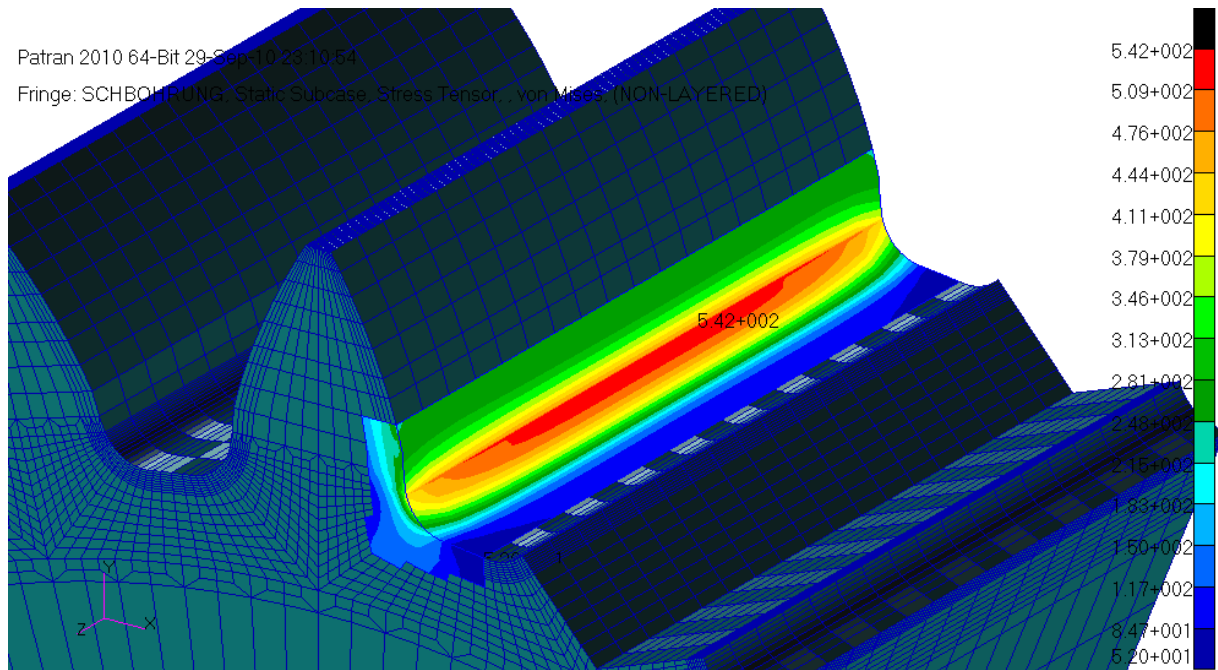


**Anhang 12: FEM-Ergebnisse für  $\rho_{a0}/m_n = 0,40$  -  $d_B = 0$  mm**

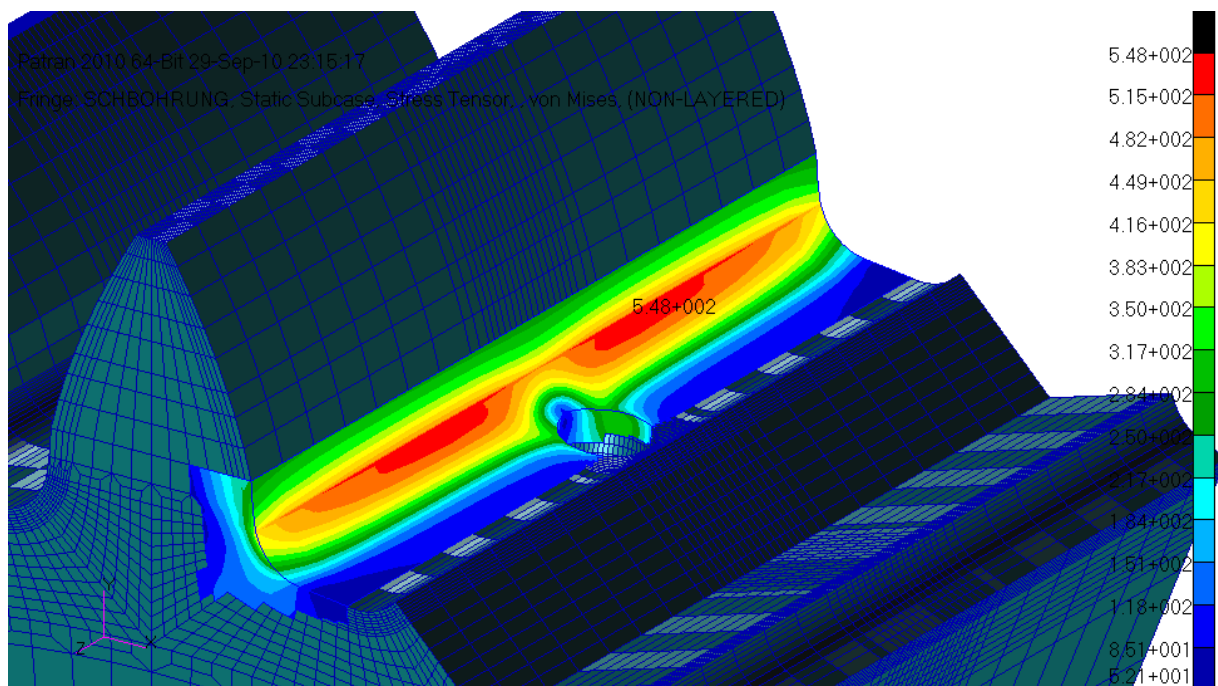


**Anhang 13: FEM-Ergebnisse für  $\rho_{a0}/m_n = 0,40$  -  $d_B = 3,5$  mm**

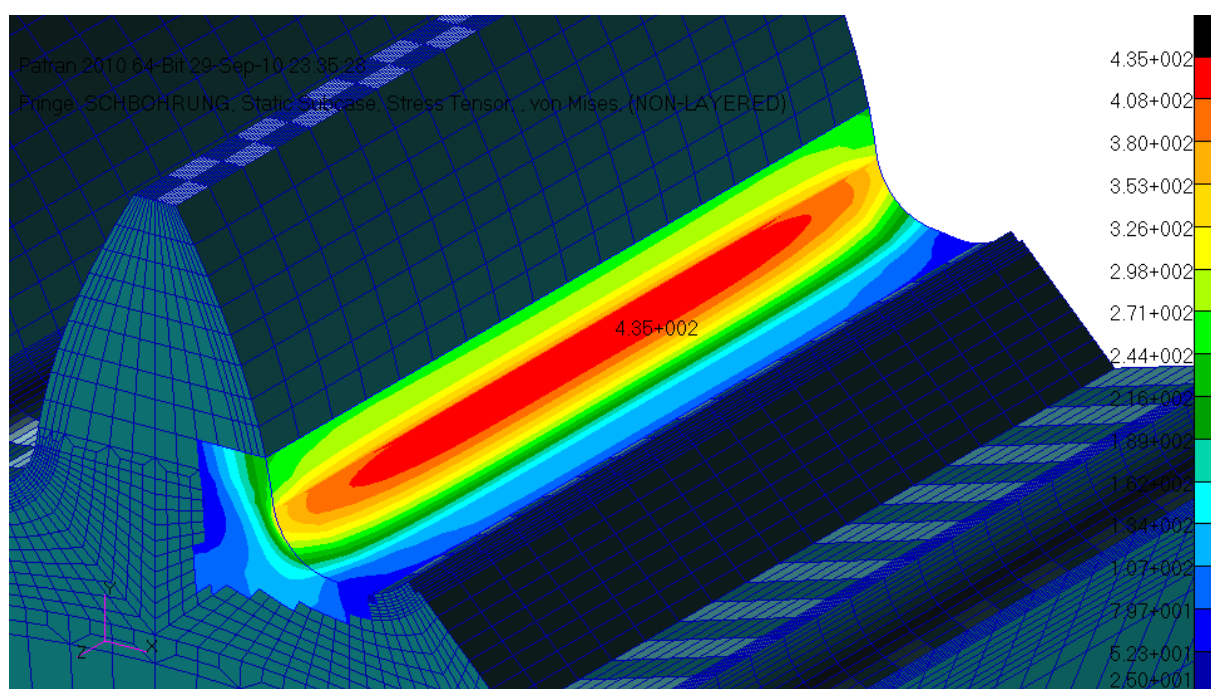




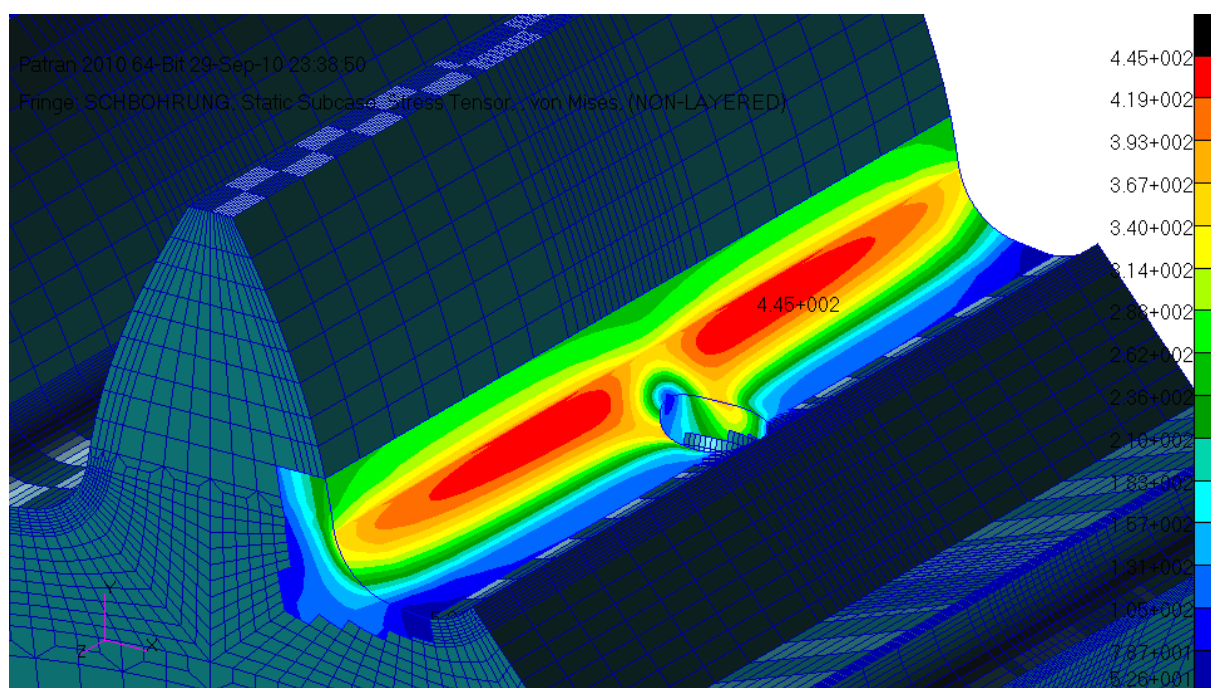
**Anhang 14: FEM-Ergebnisse für  $\rho_{a0}/m_n = 0,4$  -  $d_B = 0$  mm und Protuberanzwerkzeug**



**Anhang 15: FEM-Ergebnisse für  $\rho_{a0}/m_n = 0,4$  -  $d_B = 3,5$  mm und Protuberanzwerkzeug**

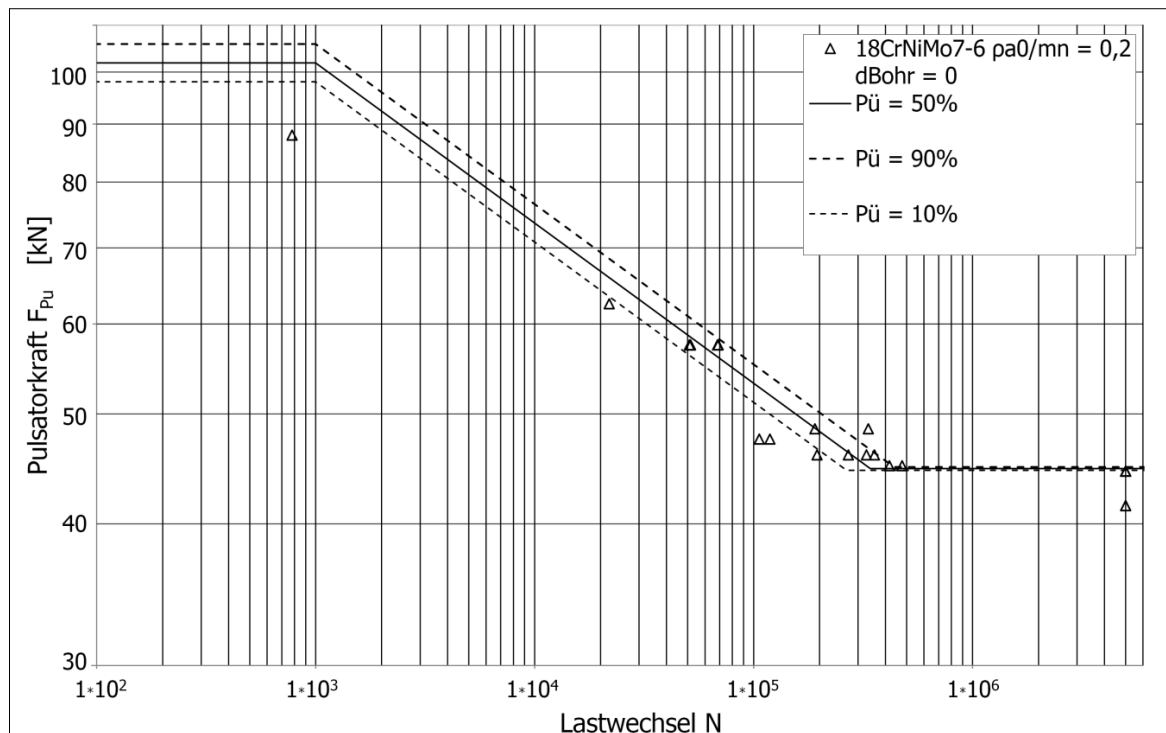


**Anhang 16: FEM-Ergebnisse für  $\rho_{a0}/m_n = 0,47$  -  $d_B = 0$  mm**

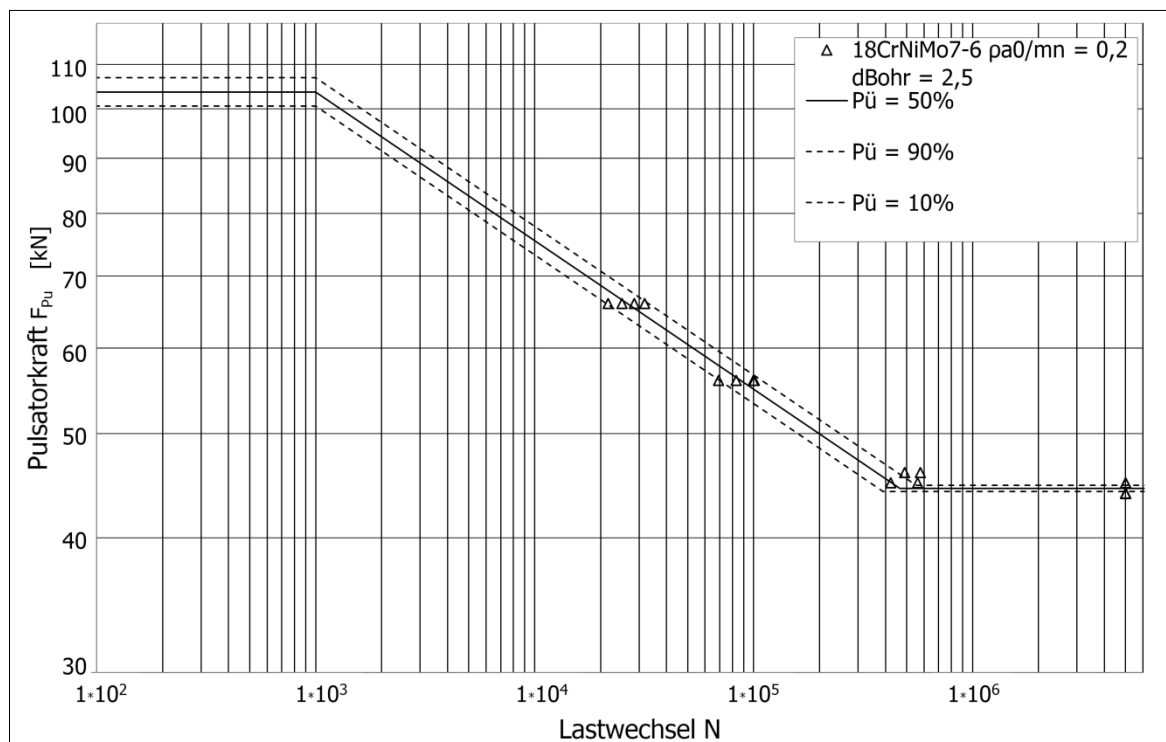


**Anhang 17: FEM-Ergebnisse für  $\rho_{a0}/m_n = 0,47$  -  $d_B = 3,5$  mm**

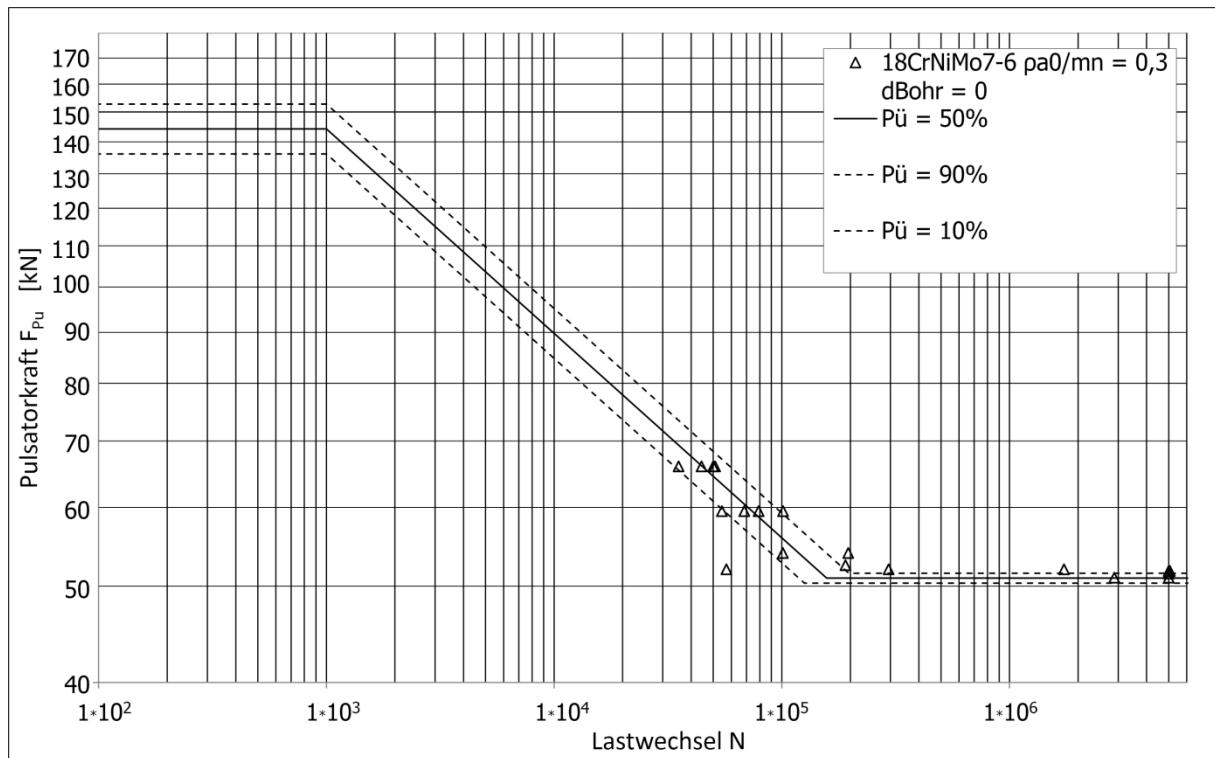
Anmerkung zu den Wöhlerdiagrammen: Die Durchläufergrenze liegt gemäß dem FVA Merkblatt 0/5 bei  $5 \cdot 10^6$  Lastwechseln [Hös1]. Alle Versuchspunkte ab dieser Zahl sind damit keine Brüche. Die Auftragung ist doppelt logarithmisch.



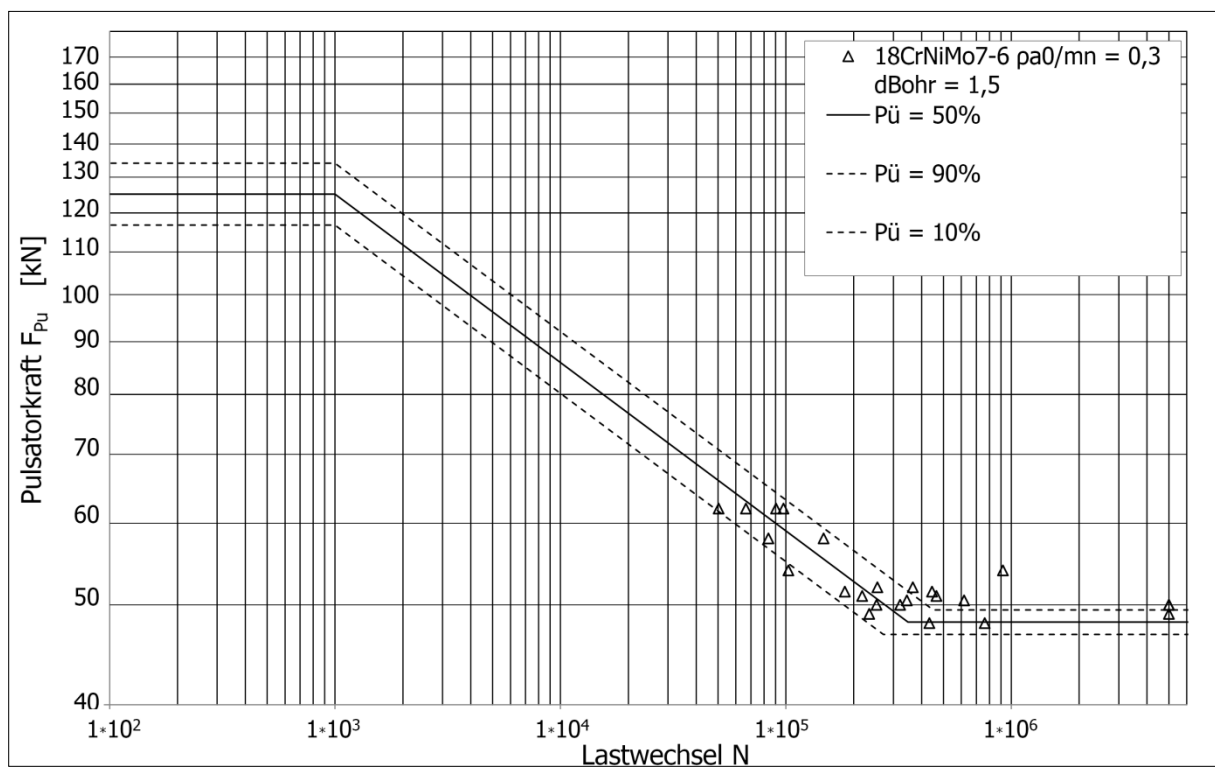
**Anhang 18: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,2$ ,  $d_B = 0$  mm**



**Anhang 19: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,2$ ,  $d_B = 2,5$  mm**

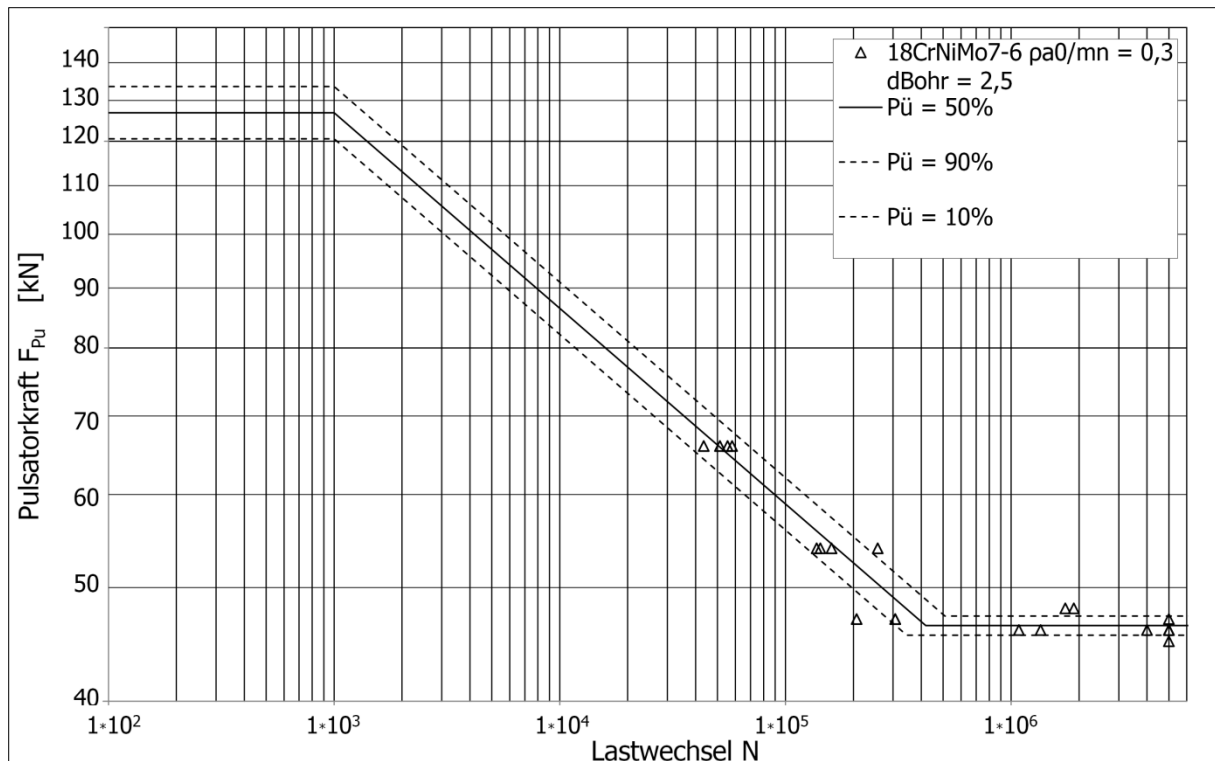


**Anhang 20: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 0$  mm**

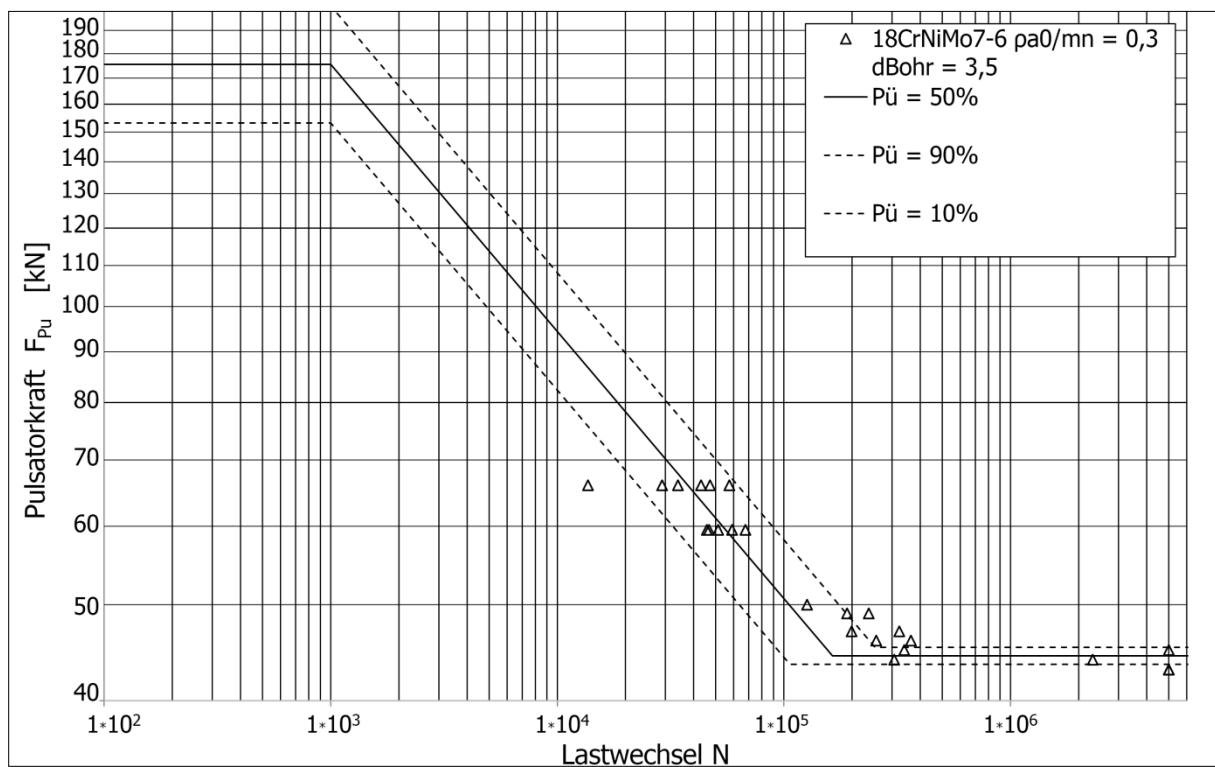


**Anhang 21: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 1,5$  mm**

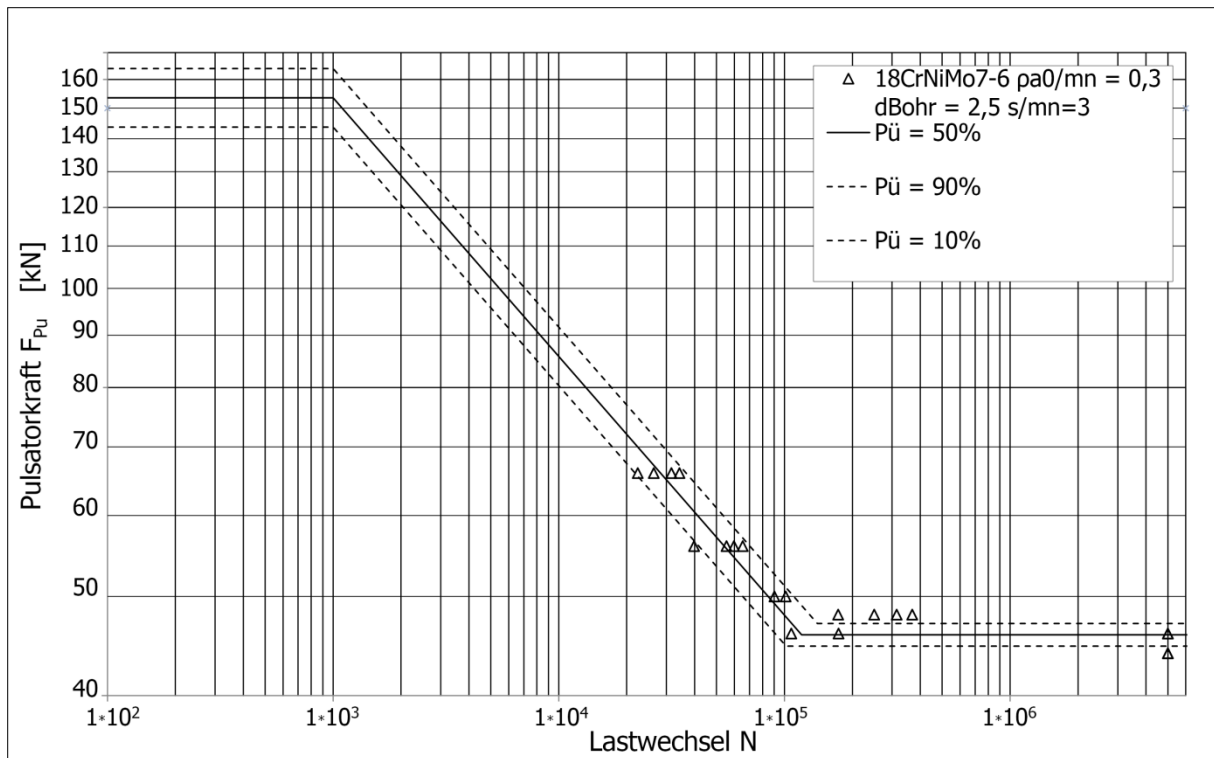




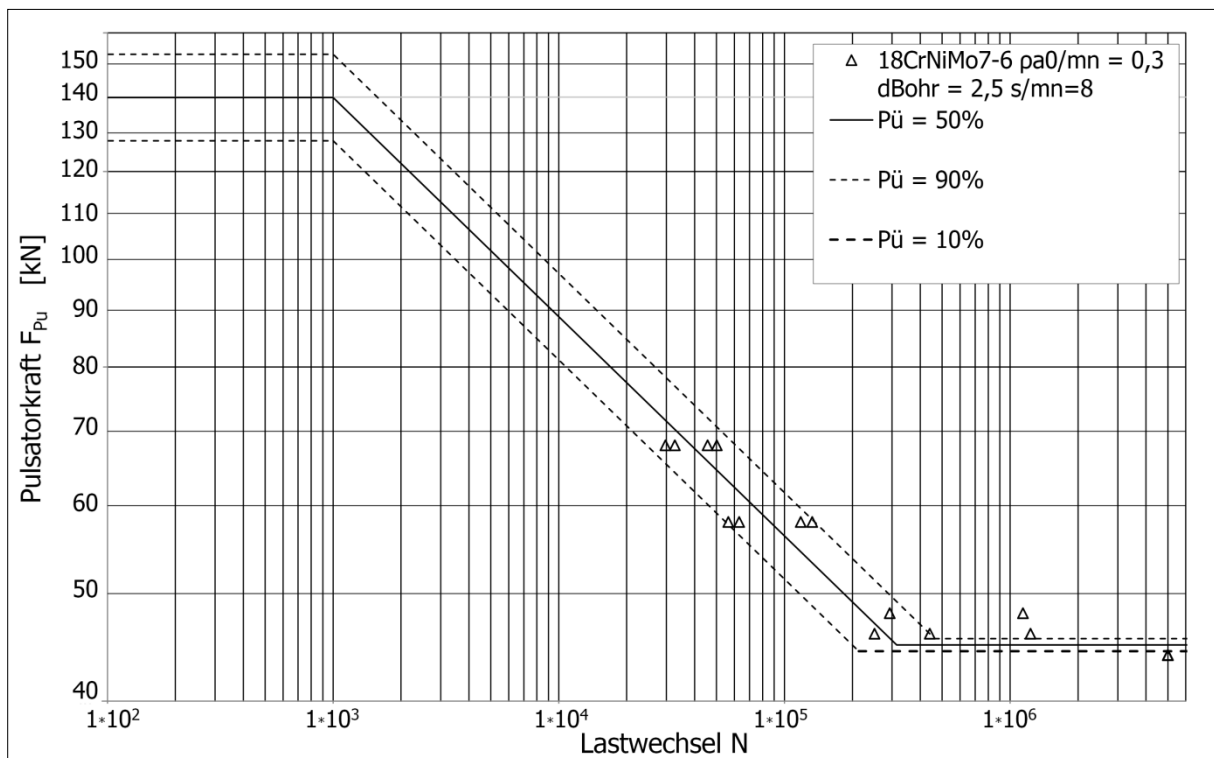
**Anhang 22: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm**



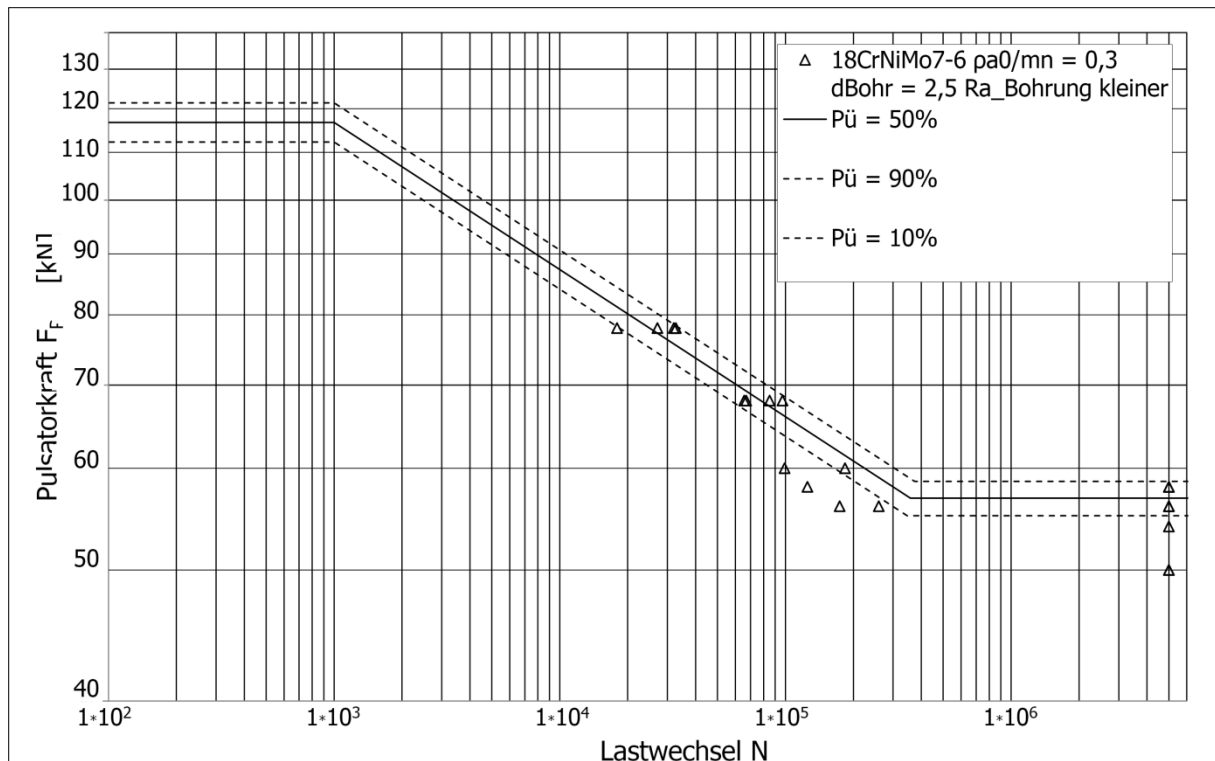
**Anhang 23: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 3,5$  mm**



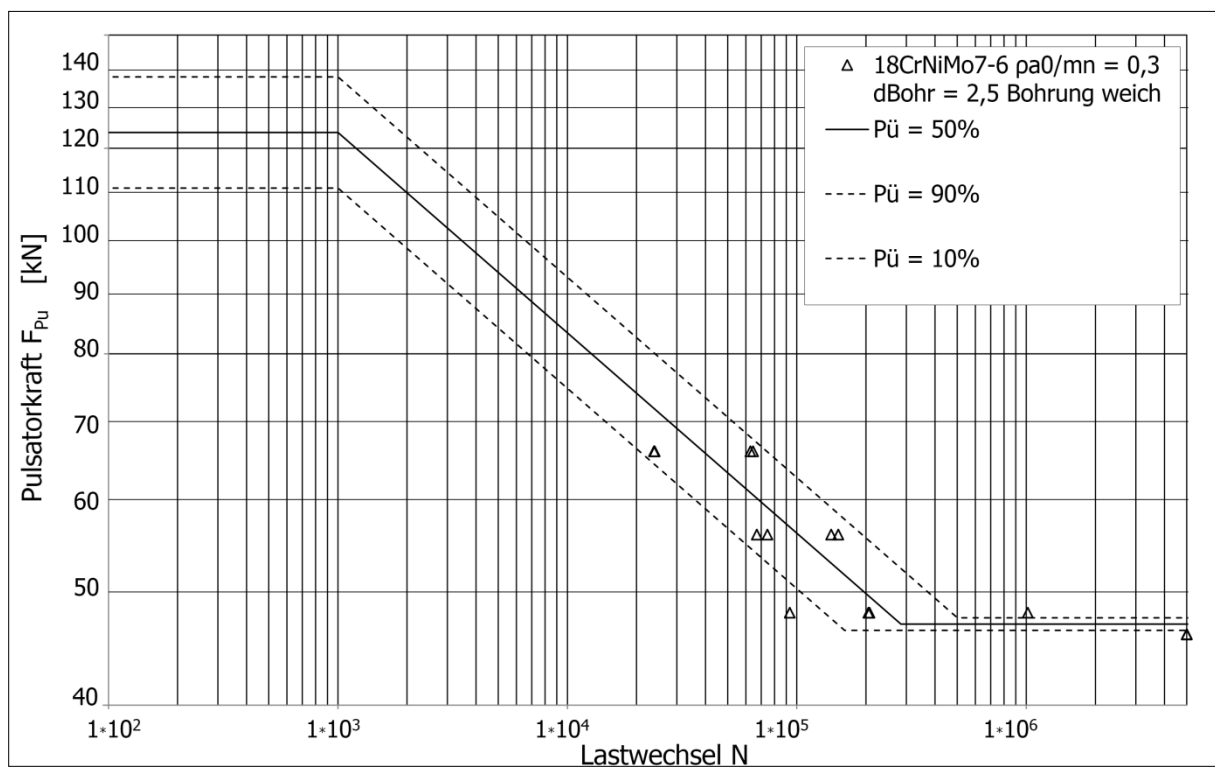
**Anhang 24: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm,  $s/m_n = 3$**



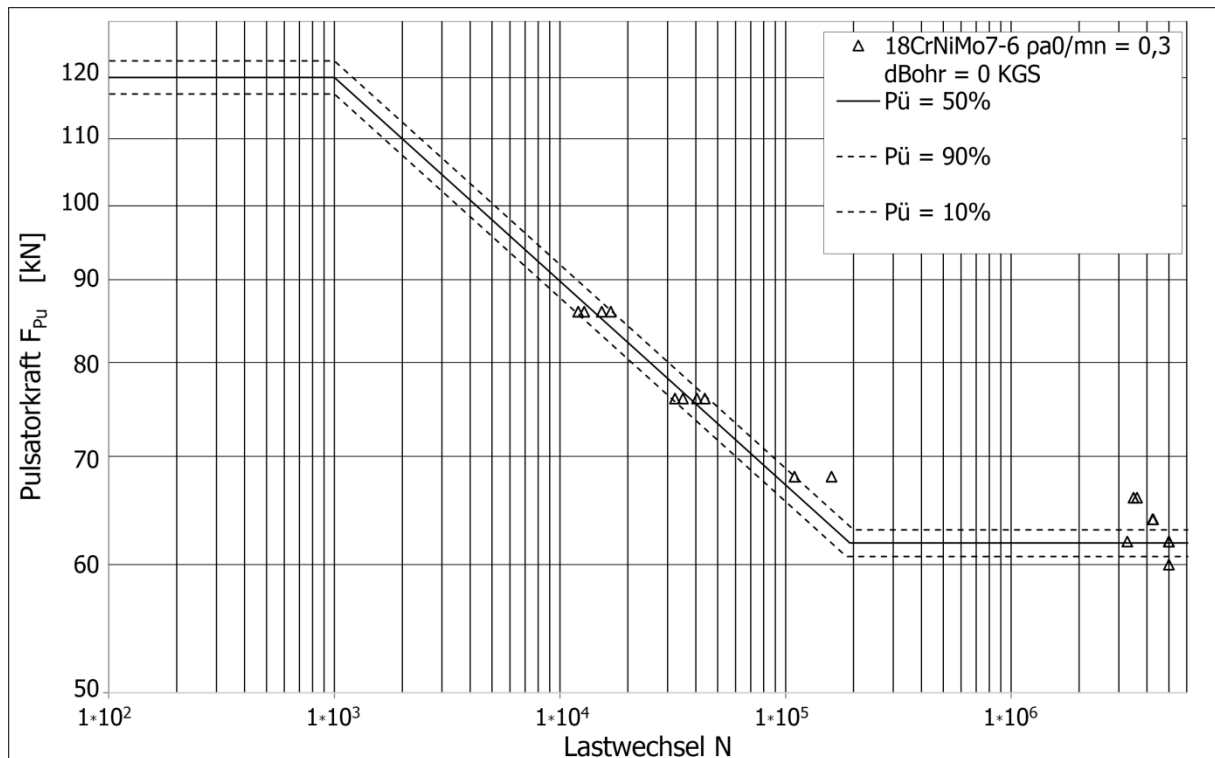
**Anhang 25: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm,  $s/m_n = 8$**



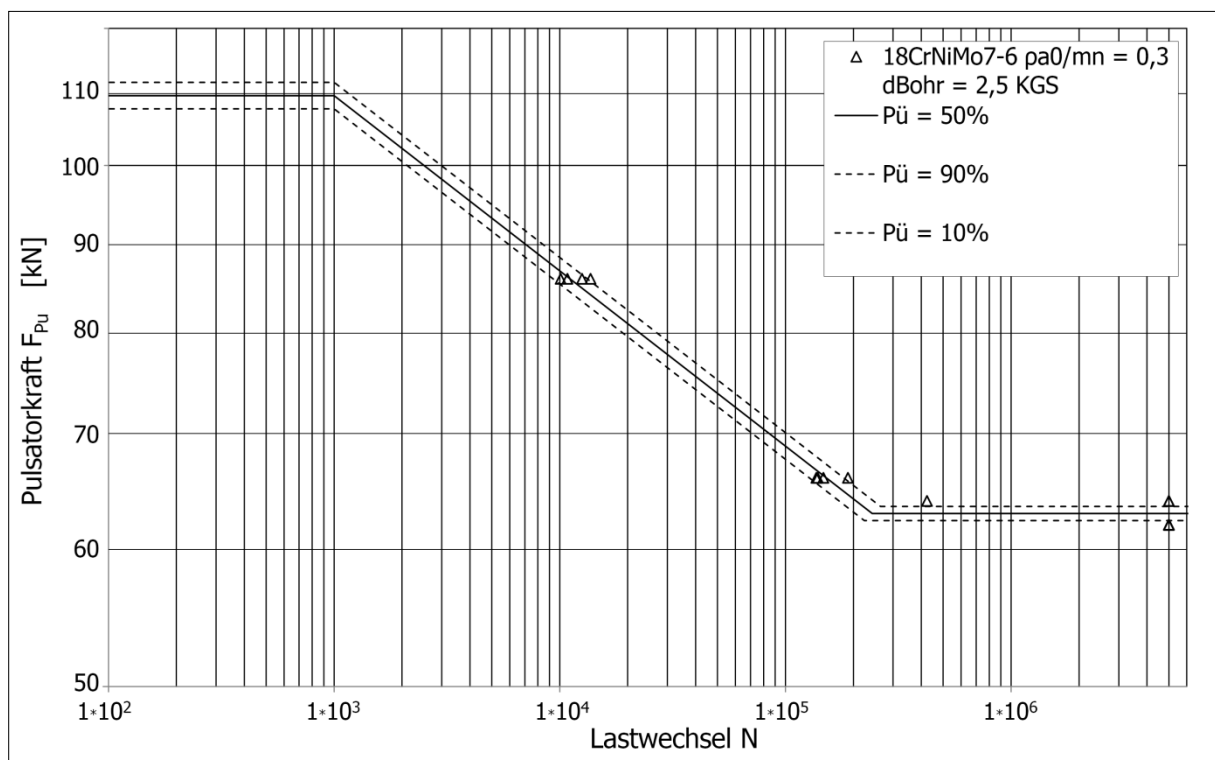
**Anhang 26: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm,  $Ra_{Bohrung}$  geringer**



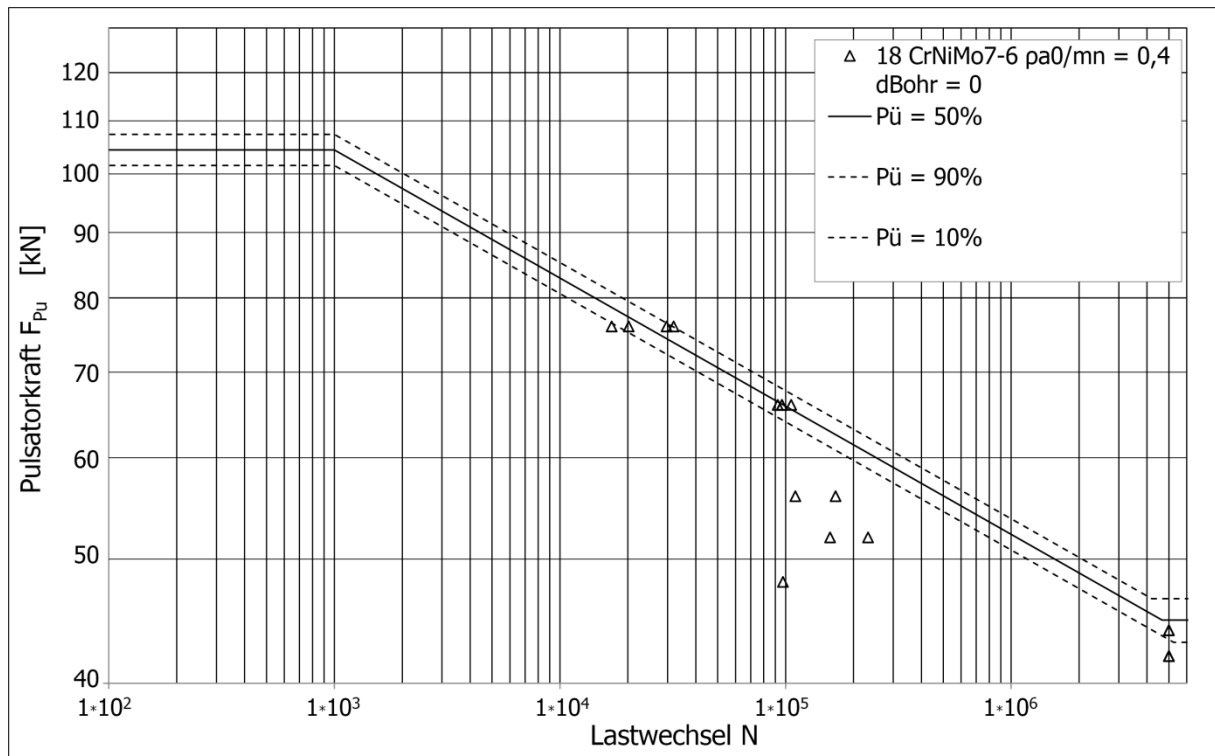
**Anhang 27: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm, Bohrung nicht mit einsatzgehärtet**



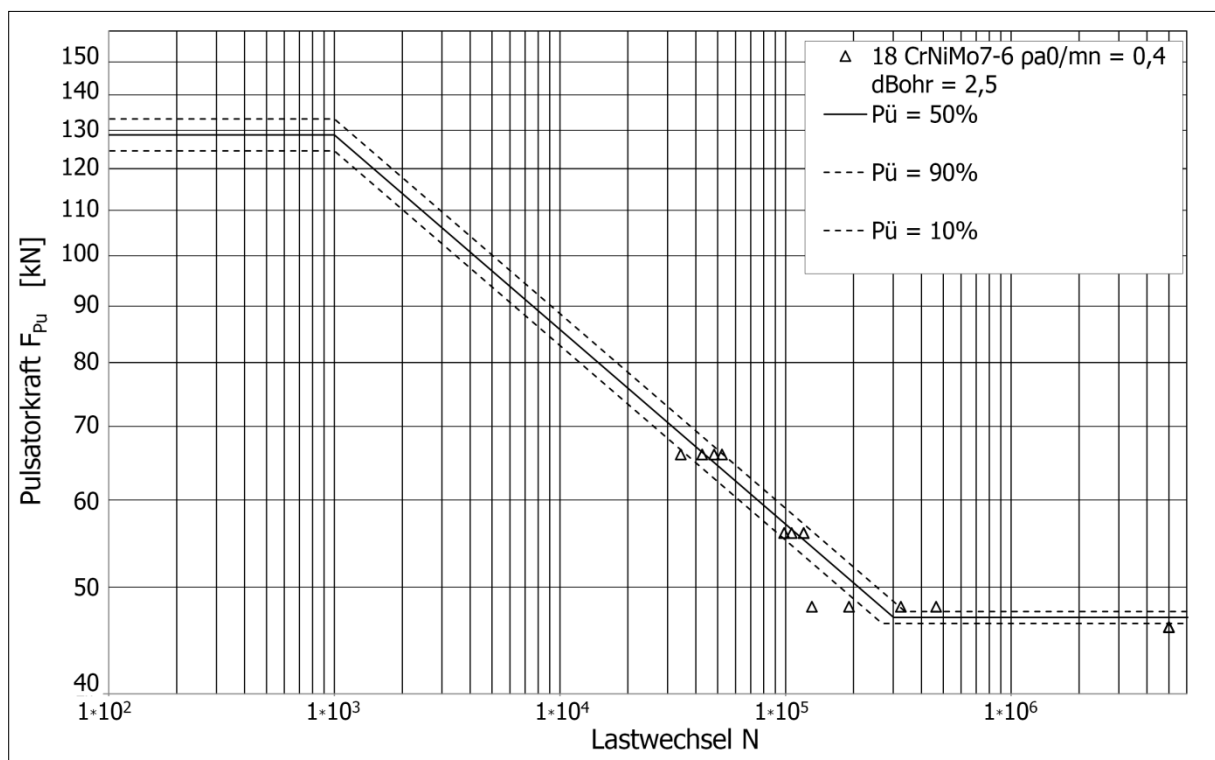
**Anhang 28: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 0$  mm, kugelgestrahlt**



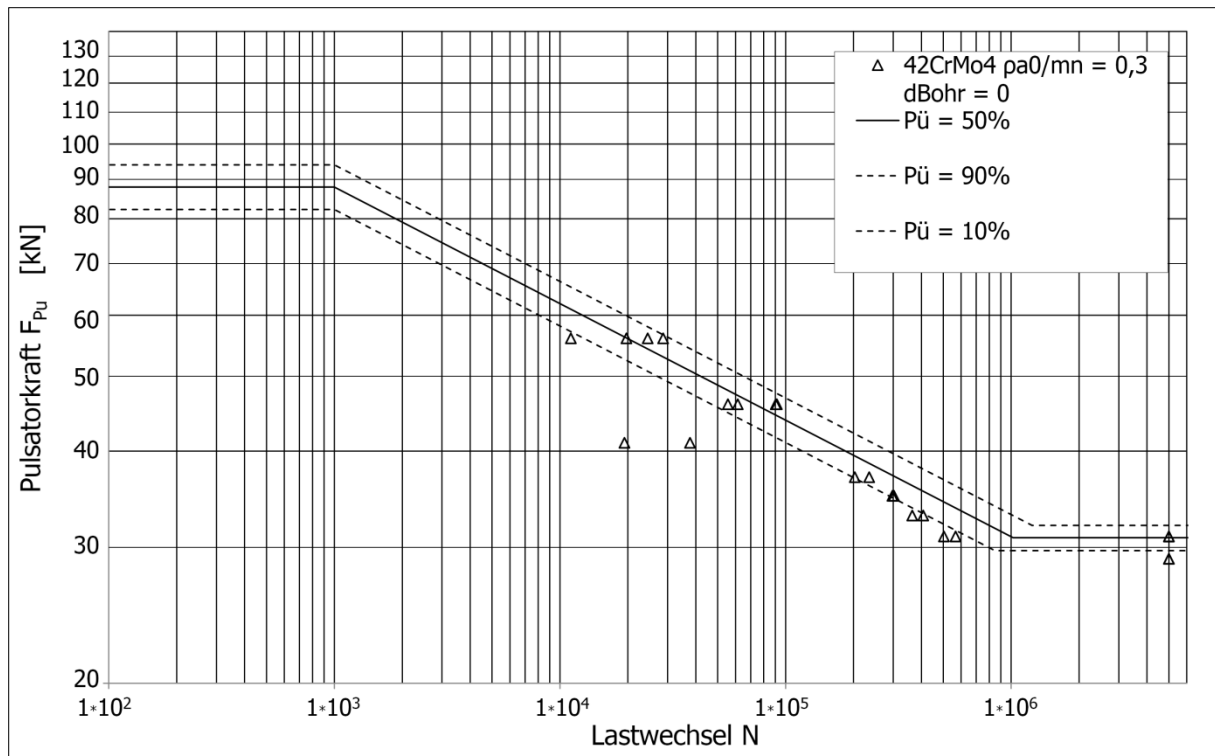
**Anhang 29: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm, kugelgestrahlt**



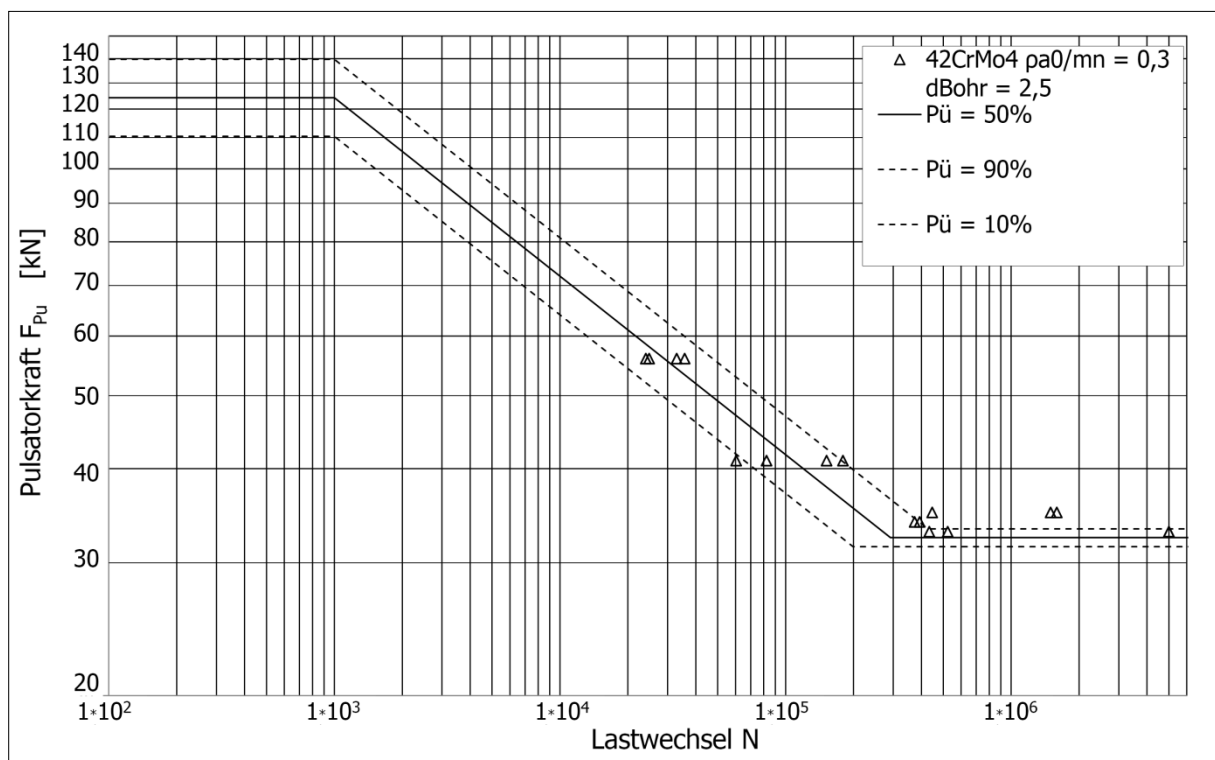
**Anhang 30: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,4$ ,  $d_B = 0$  mm**



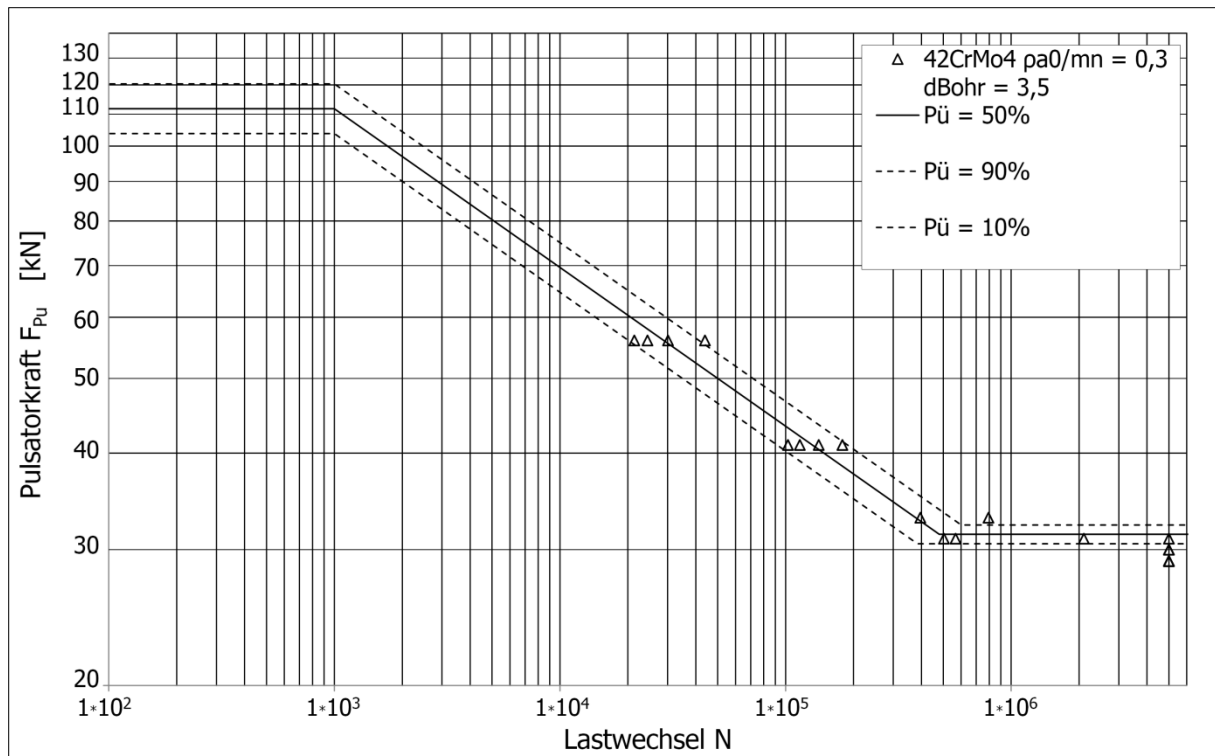
**Anhang 31: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,4$ ,  $d_B = 2,5$  mm**



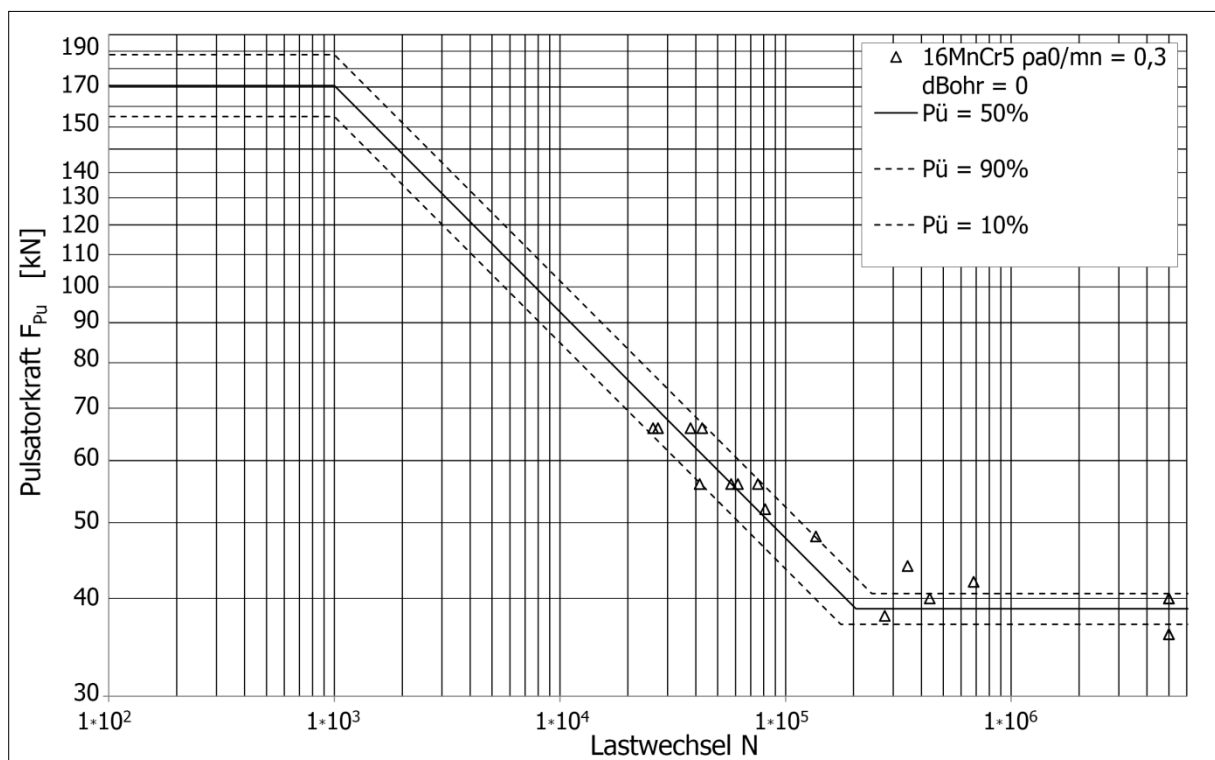
**Anhang 32: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 42CrMo4, vergütet,  
 $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 0$  mm**



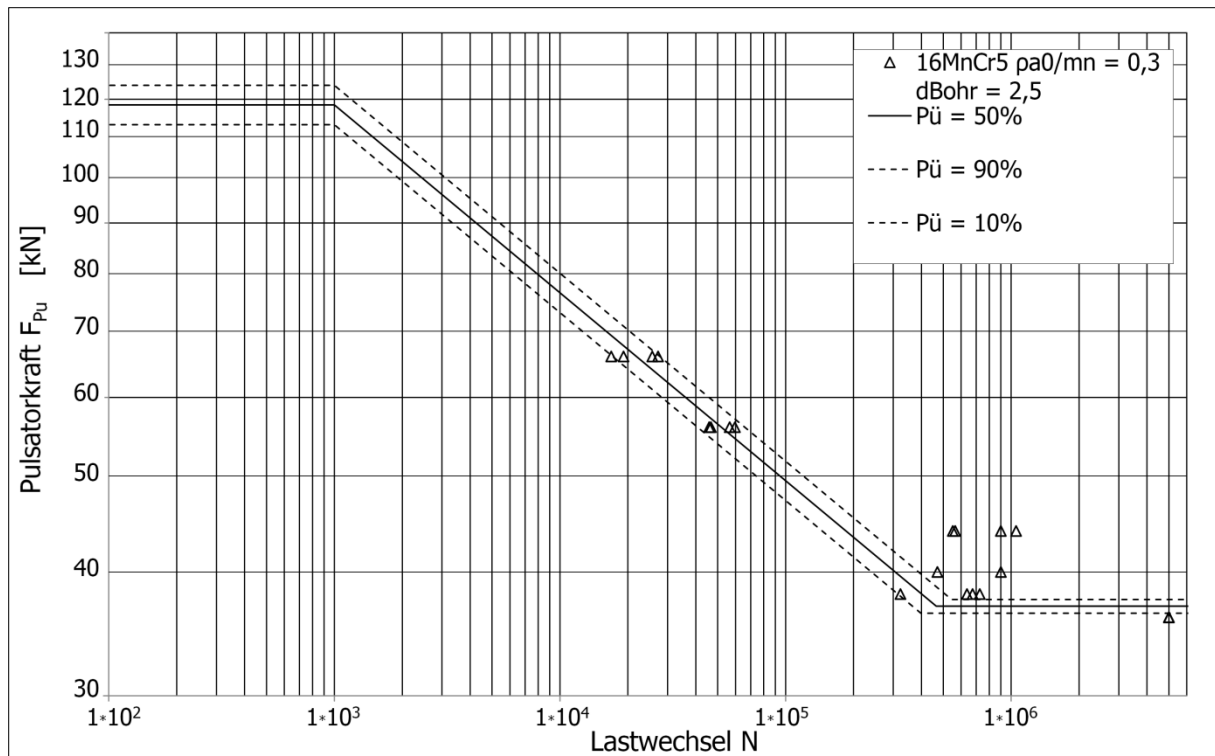
**Anhang 33: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 42CrMo4, vergütet,  
 $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm**



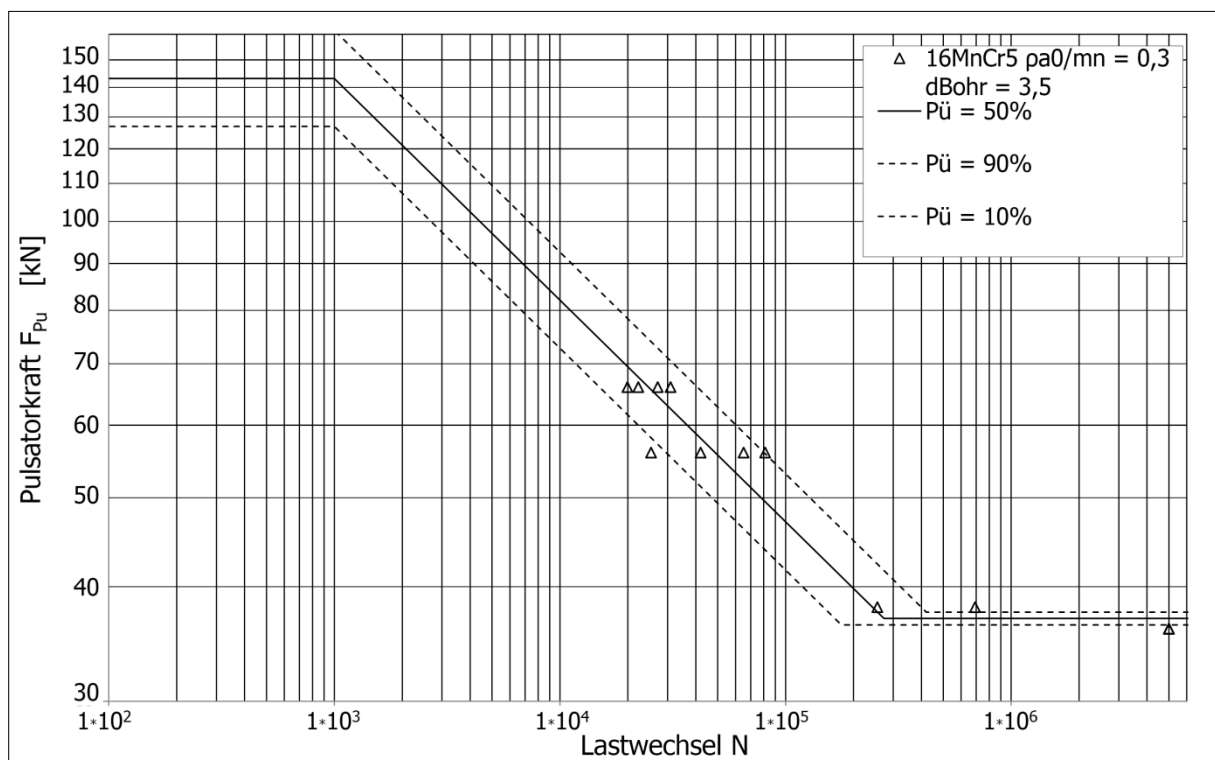
**Anhang 34: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 42CrMo4, vergütet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 3,5$  mm**



**Anhang 35: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 16MnCr5, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 0$  mm**

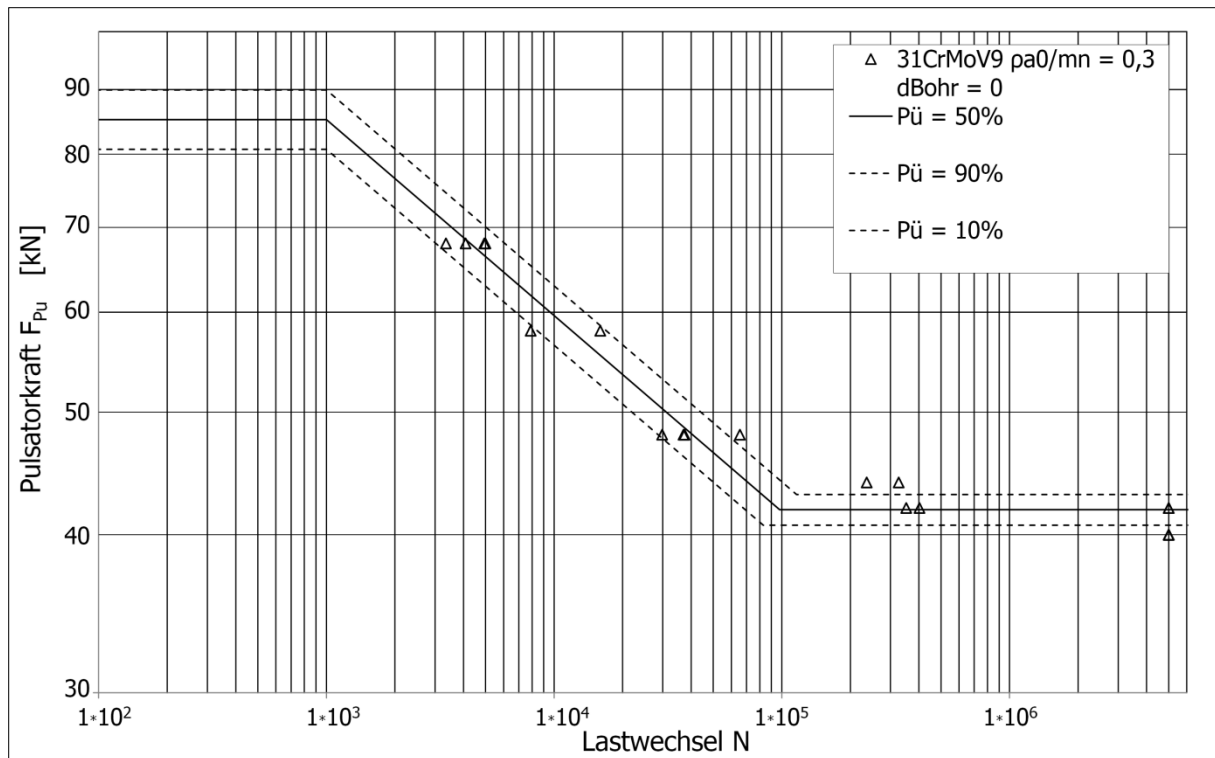


**Anhang 36: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 16MnCr5, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm**

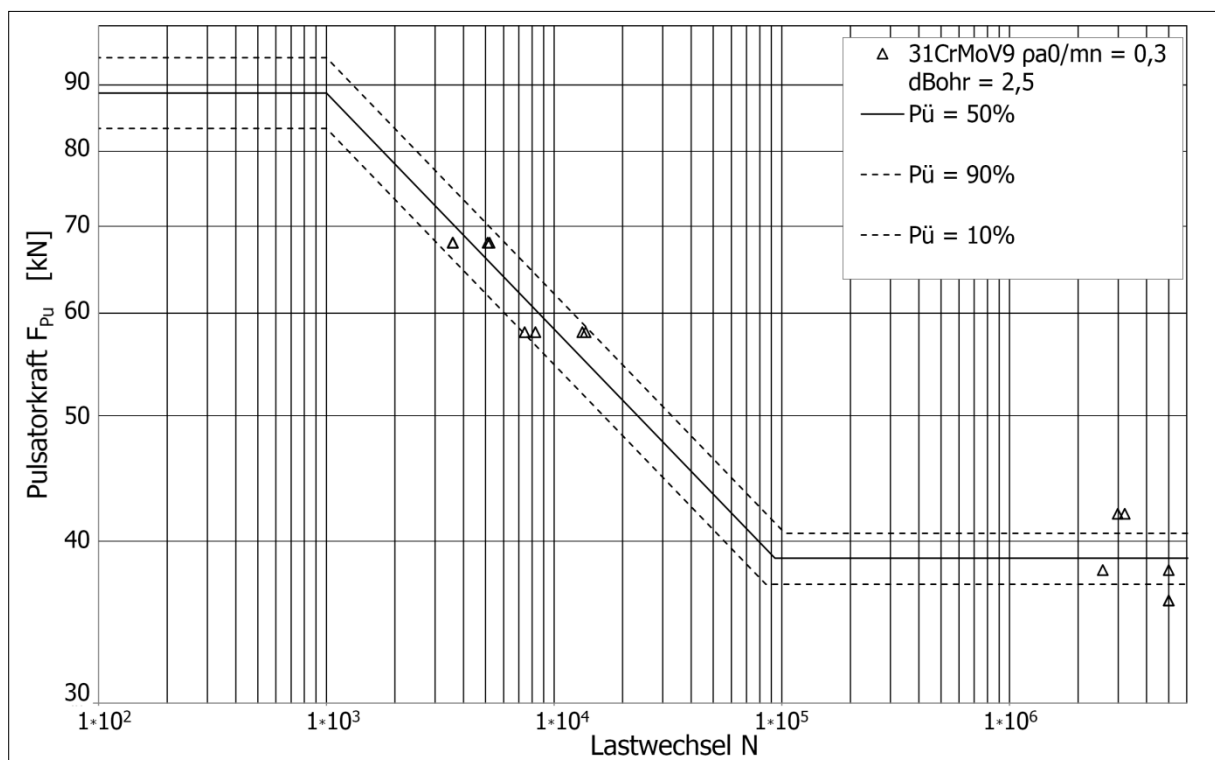


**Anhang 37: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 16MnCr5, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 3,5$  mm**

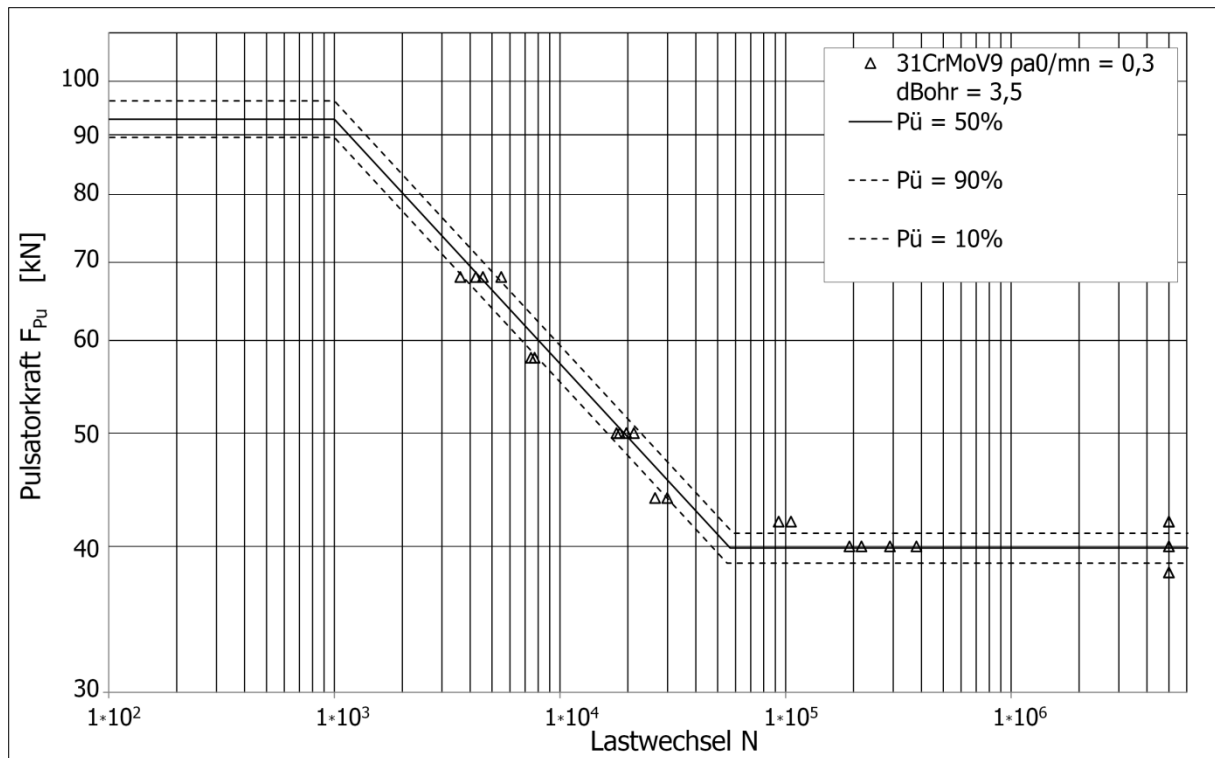




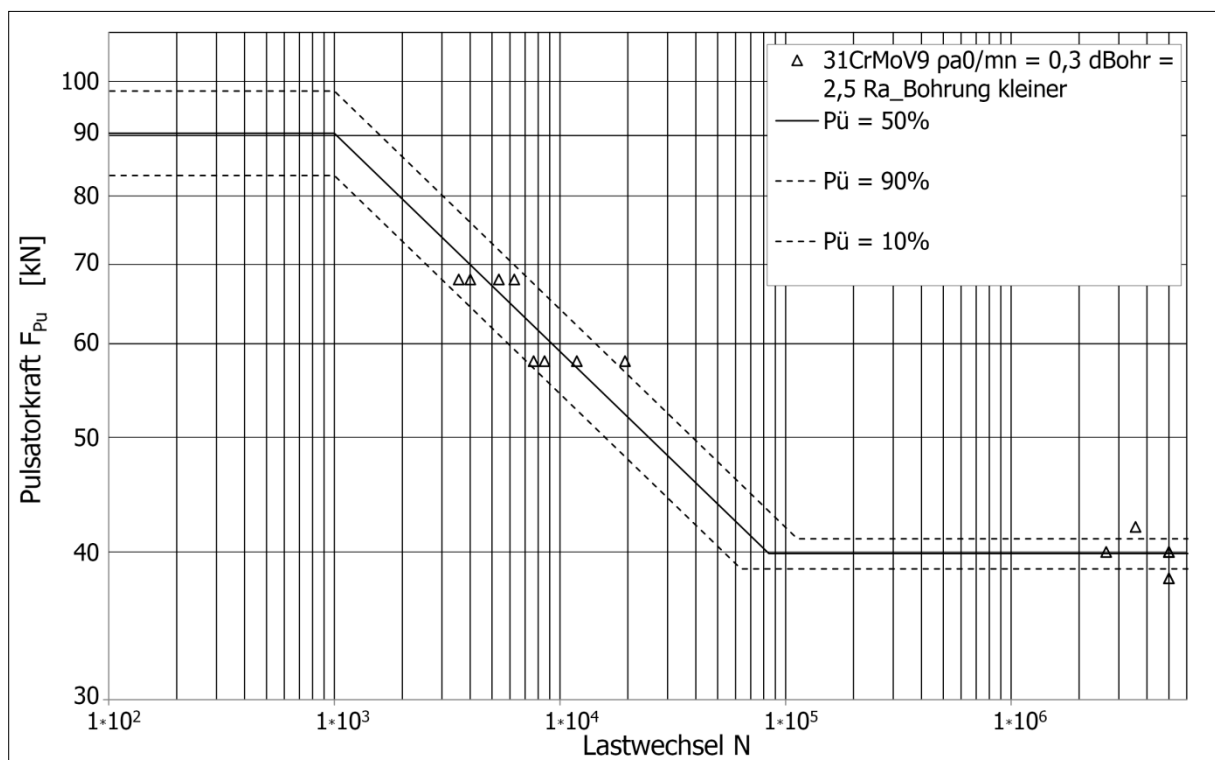
**Anhang 38: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 31CrMoV9, nitriert,  
 $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 0$  mm**



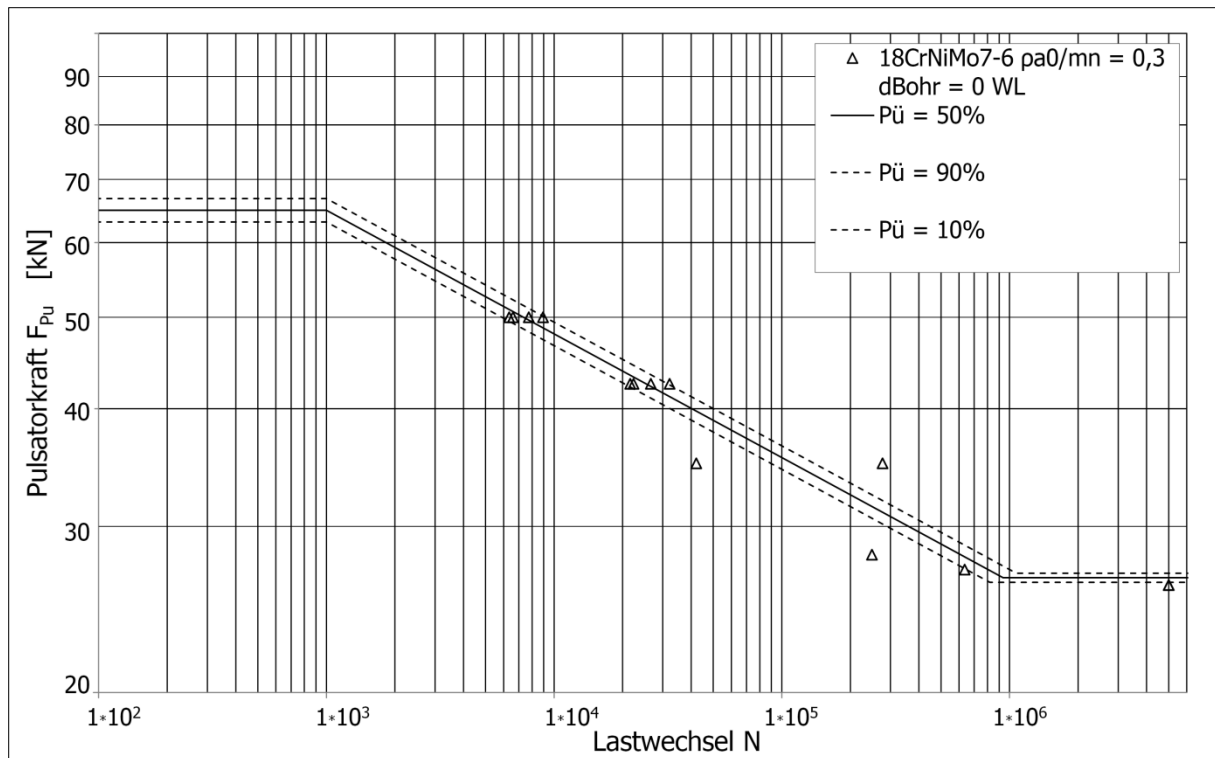
**Anhang 39: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 31CrMoV9, nitriert,  
 $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm**



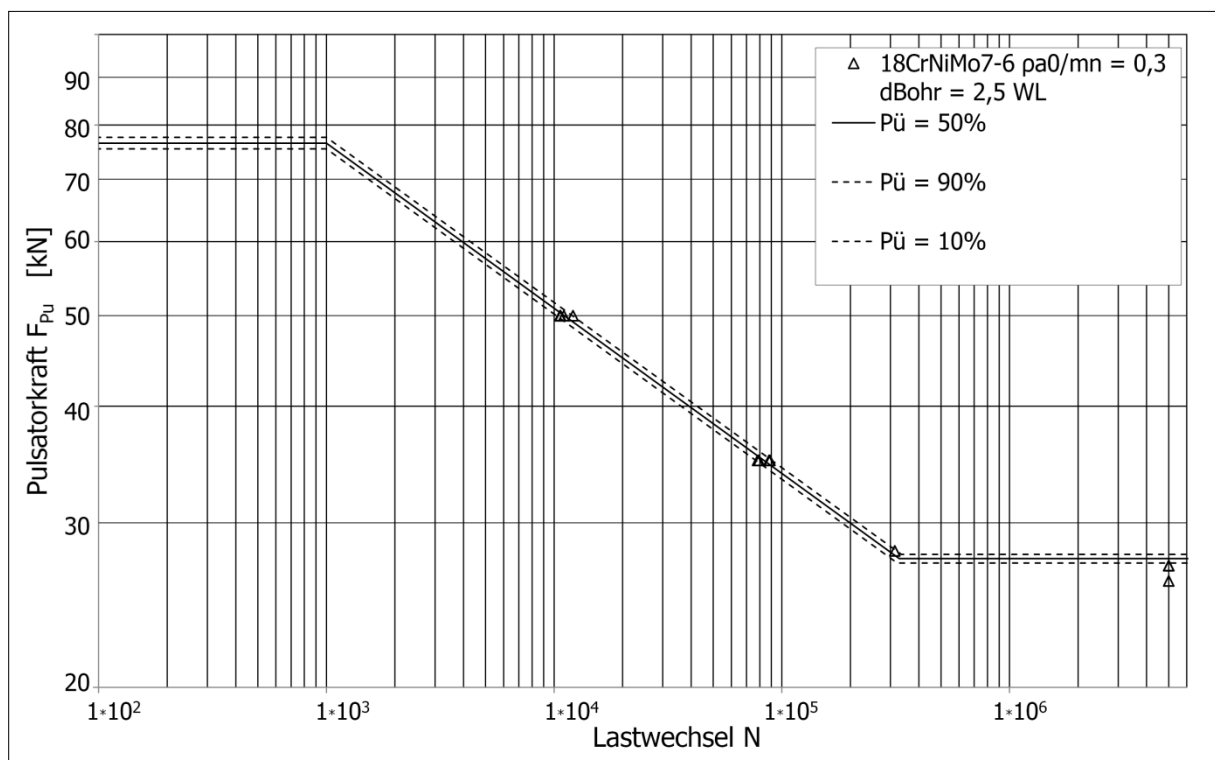
**Anhang 40: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 31CrMoV9, nitriert,  
 $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 3,5$  mm**



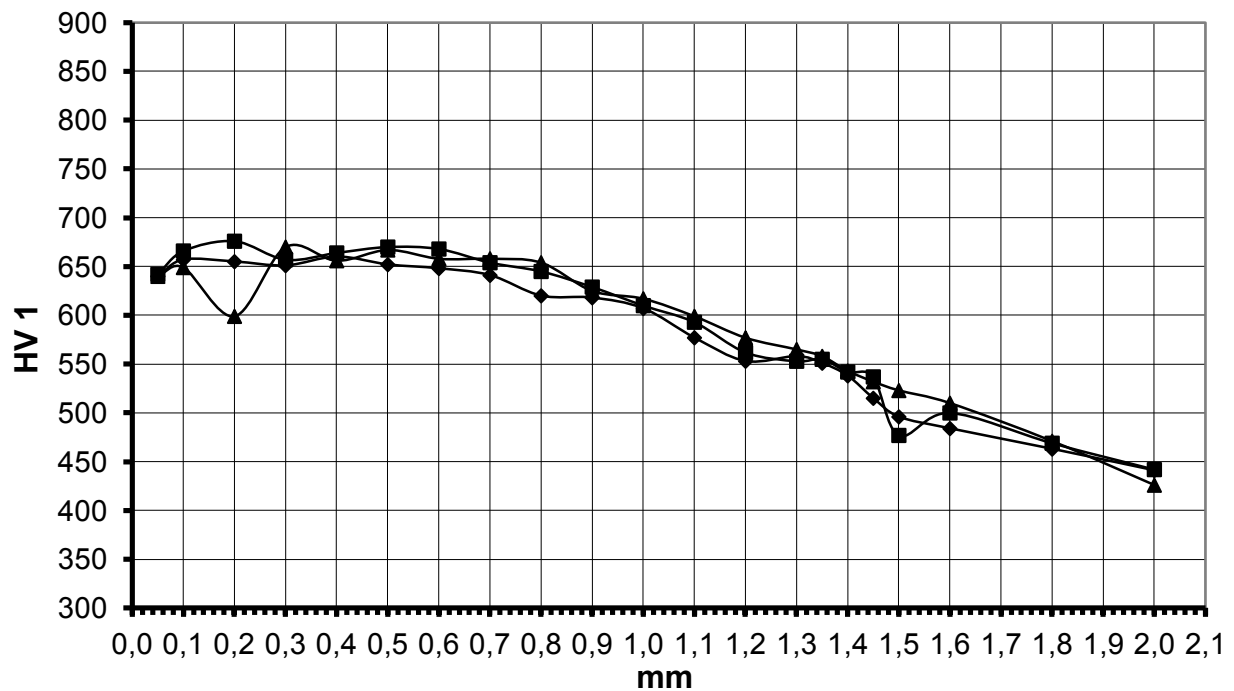
**Anhang 41: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 31CrMoV9, nitriert,  
 $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm,  $Ra_{Bohrung}$  geringer**



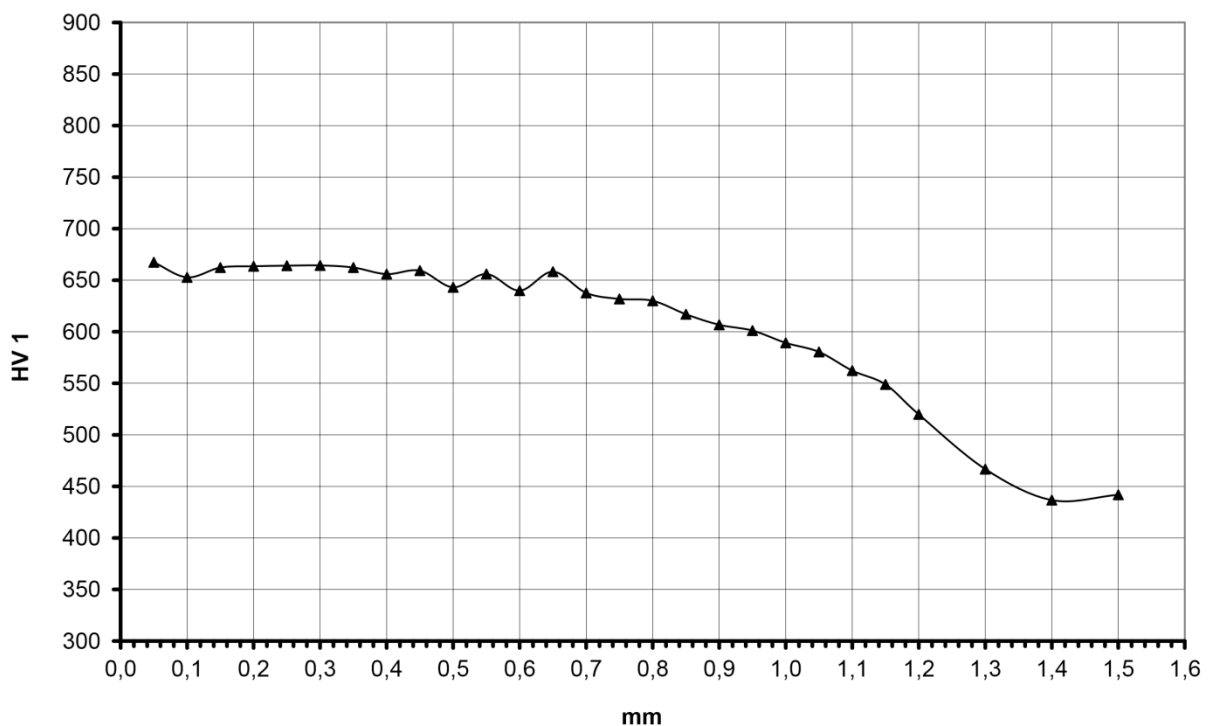
**Anhang 42: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 0$  mm, Wechsellast**



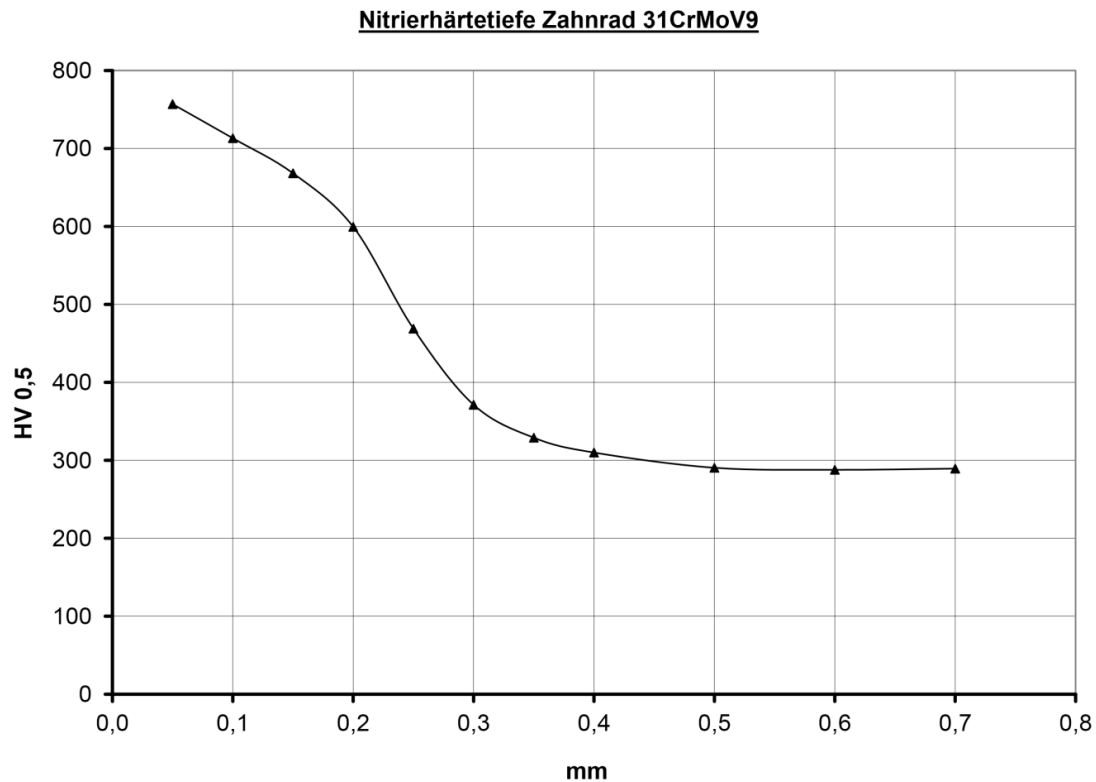
**Anhang 43: Wöhlerdiagramm und Versuchsergebnisse für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet,  $\rho_{a0}/m_n = 0,3$ ,  $d_B = 2,5$  mm, Wechsellast**

**Einsatzhärtetiefe Zahnräder 18CrNiMo7-6**

**Anhang 44: Einsatzhärtetiefenverläufe für die drei untersuchten Zahnräder aus 18CrNiMo7-6 [IWW]**

**Einsatzhärtetiefe Zahnrad 16MnCr5**

**Anhang 45: Einsatzhärtetiefenverlauf für das untersuchte Zahnrad aus 16MnCr5 [IWW]**

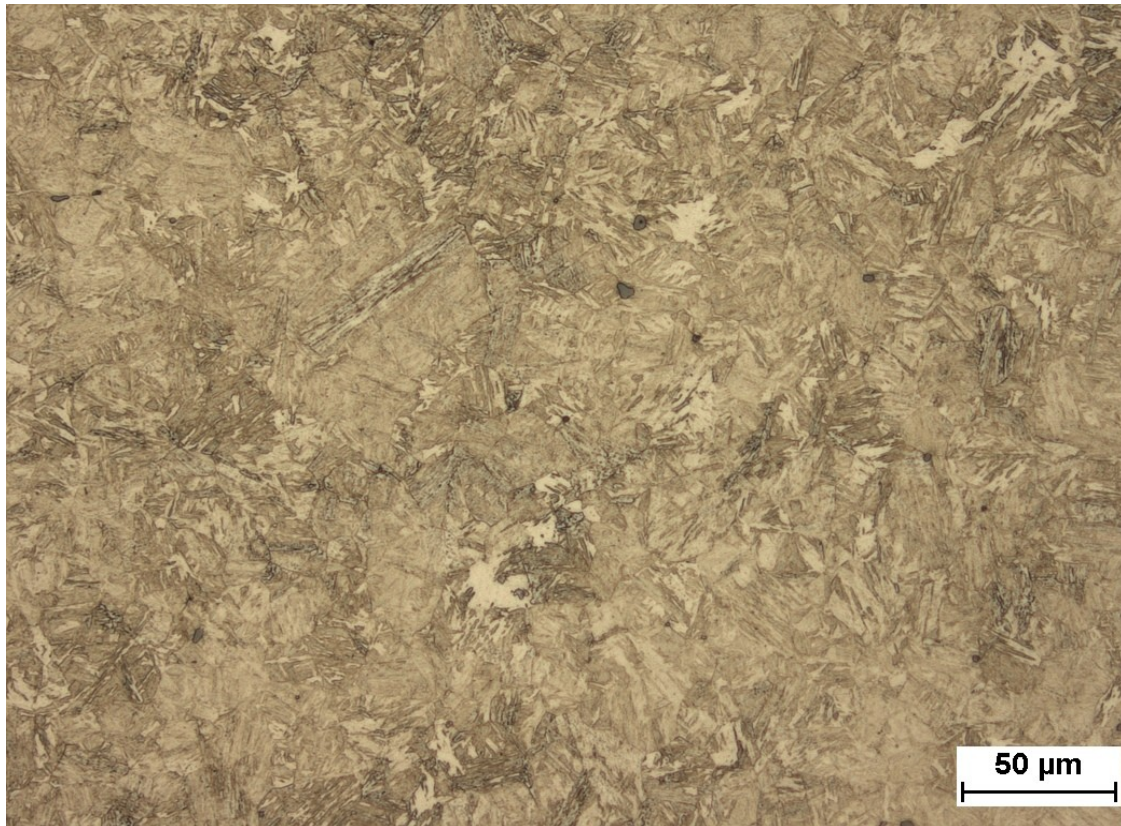


**Anhang 46: Nitrierhärte tiefenverlauf für das untersuchte Zahnrad aus 31CrMoV9 [IWW]**



**Anhang 47: Schliff des Randschichtgefüges im Zahnfußbereich für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet [IWW]**



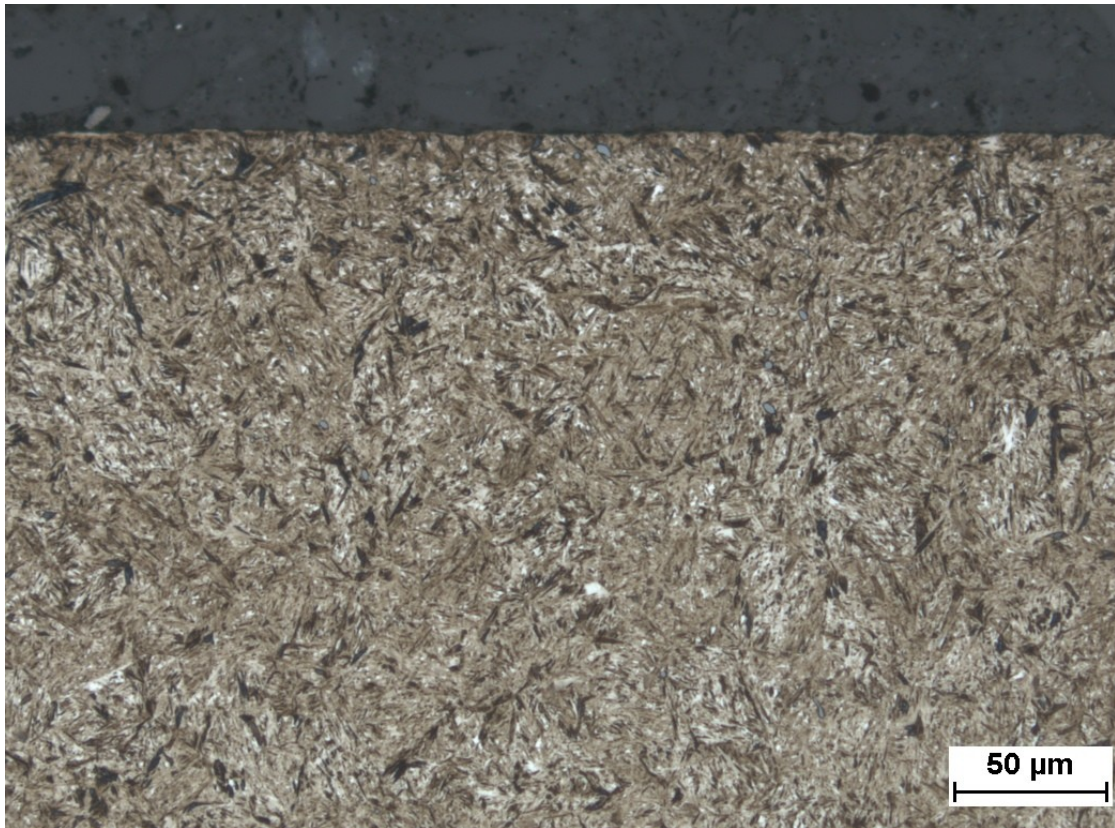


**Anhang 48: Schliff des Kerngefüges im Zahnfußbereich für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet [IWW]**

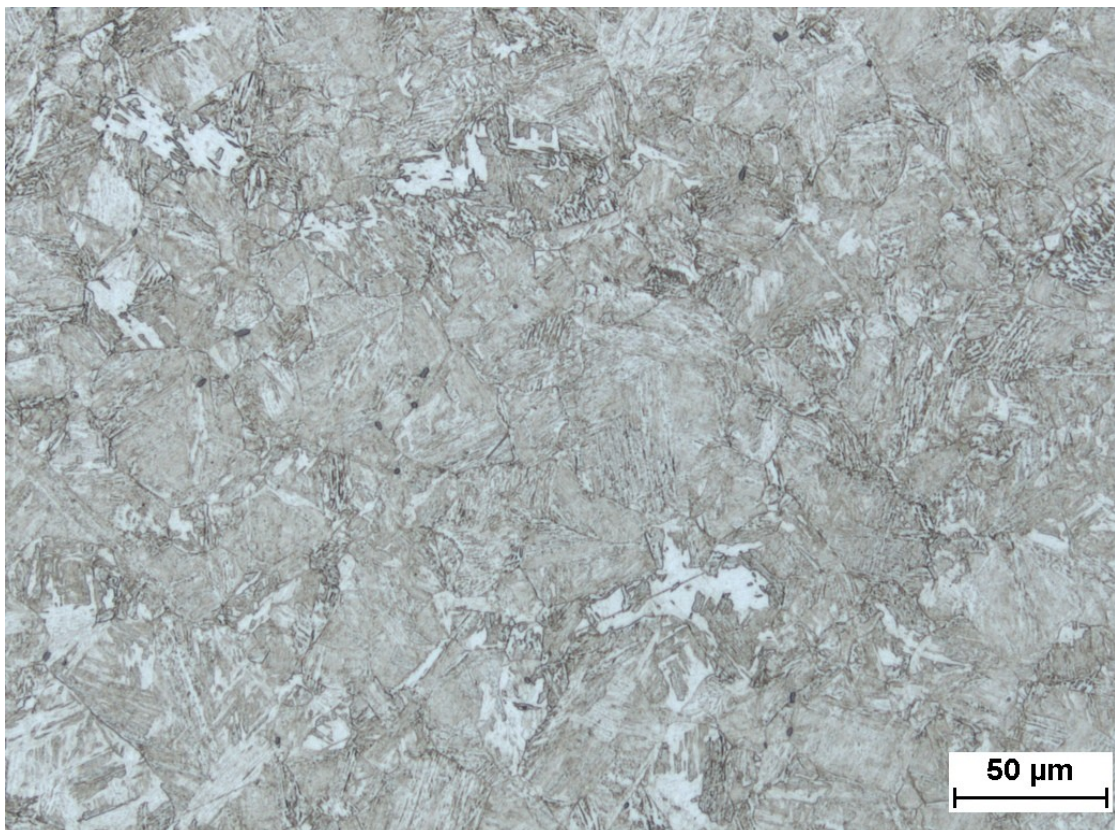


**Anhang 49: Schliff des Randschichtgefüges mit erhöhtem Restaustenitgehalt im Zahnkopfbereich für 18CrNiMo7-6, einsatzgehärtet [IWW]**



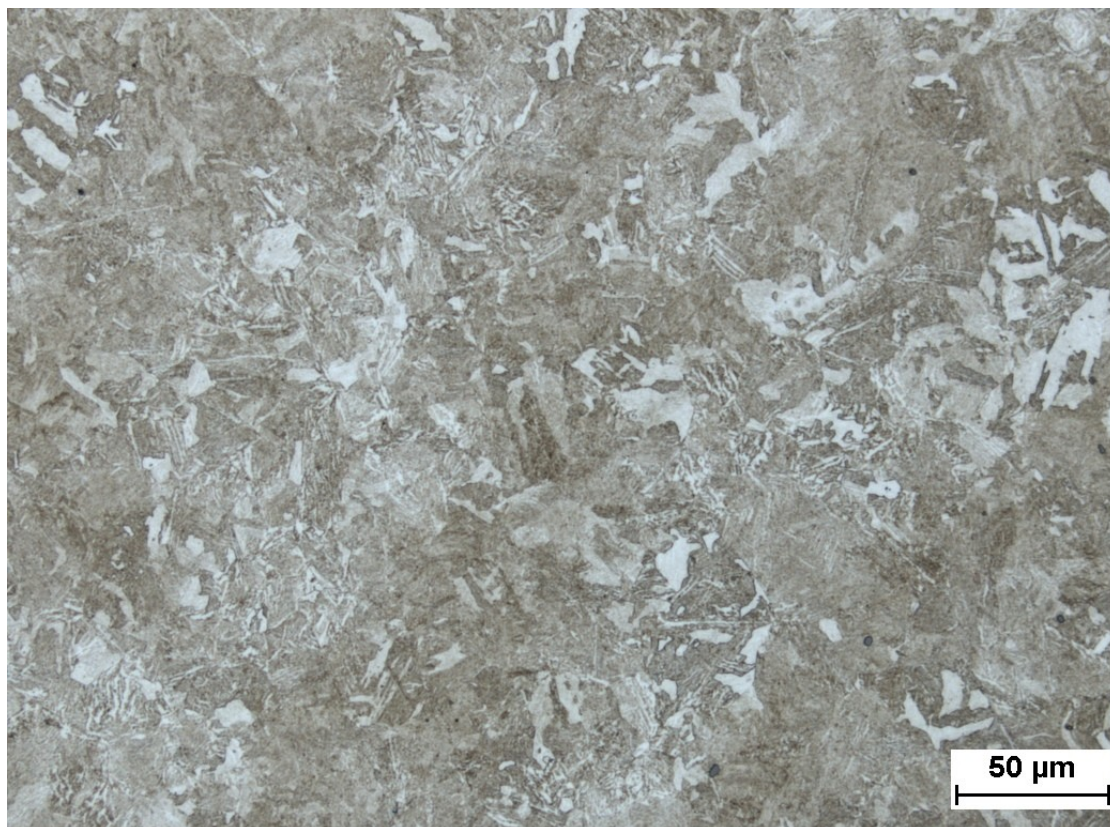


**Anhang 50: Schliff des Randschichtgefüges im Zahnfußbereich für 16MnCr5, einsatzgehärtet [IWW]**

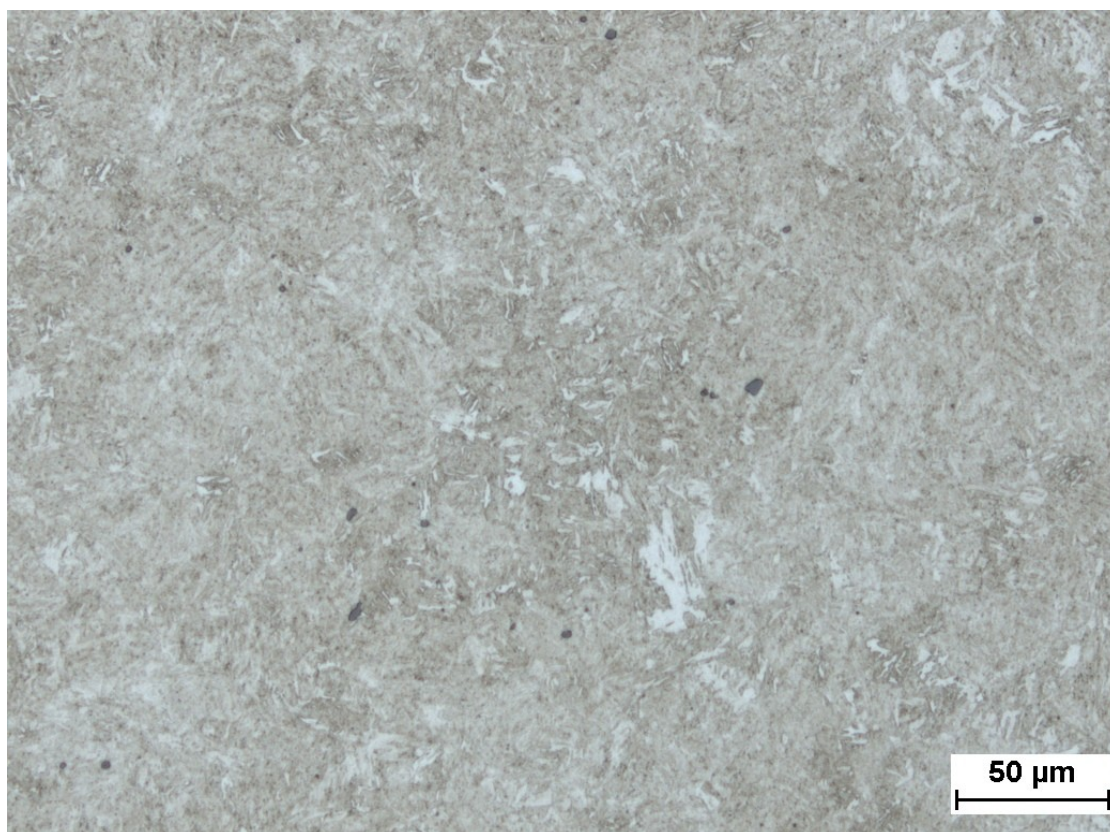


**Anhang 51: Schliff des Kerngefüges im Zahnfußbereich für 16MnCr5, einsatzgehärtet [IWW]**



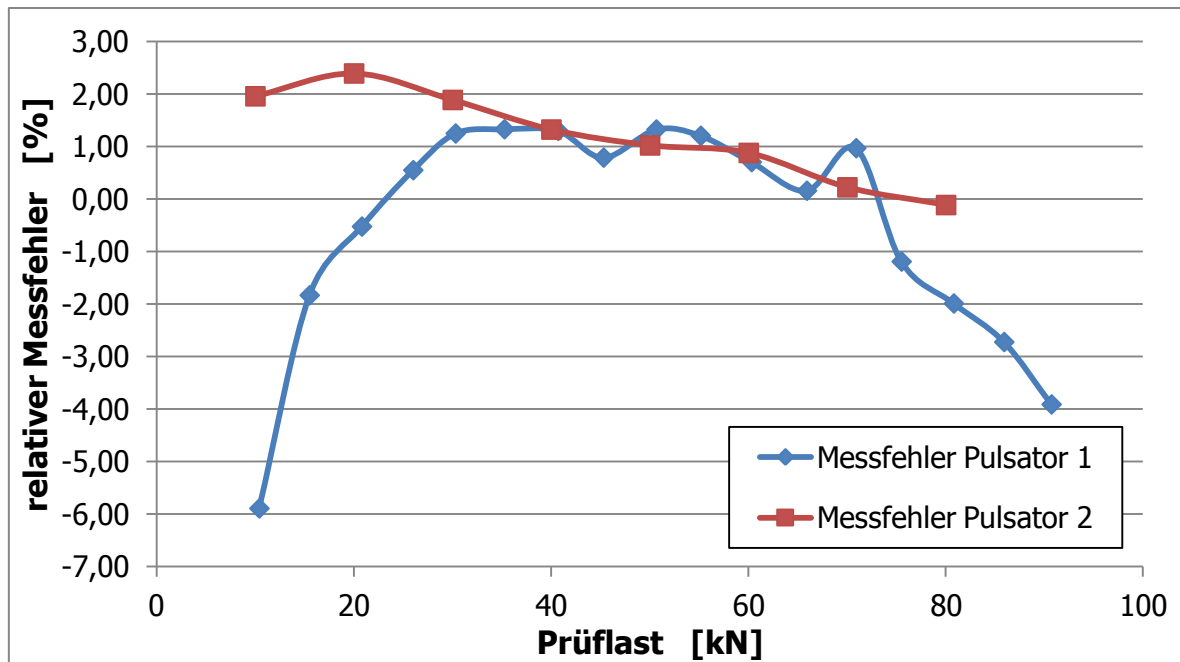


**Anhang 52: Schliff des Kerngefüges im Zahnfußbereich für 42CrMo4, vergütet [IWW]**



**Anhang 53: Schliff des Kerngefüges im Zahnfußbereich für 31CrMoV9, nitriert [IWW]**





**Anhang 54: Systematischer Messfehler der zwei Schwelllastversuchsstände**

Pulsator 1			Pulsator 2		
Kraft [kN]	Kraft Ist [kN]	rel. Fehler [%]	Kraft [kN]	Kraft Ist [kN]	rel. Fehler [%]
10,4	11,0	5,56	10	9,8	1,96
20,8	20,9	0,52	20	19,5	2,40
30,3	29,9	-1,27	30	29,4	1,89
40,7	40,2	-1,32	40	39,5	1,33
50,65	50,0	-1,35	50	49,5	1,03
60,3	59,9	-0,71	60	59,5	0,88
70,9	70,2	-0,98	70	69,8	0,23
80,8	82,4	1,95	80	80,1	-0,11

**Anhang 55: Tabelle mit Messwerten zur Überprüfung des systematischen Messfehlers der Schwelllastversuchsstände**

Bauaufsichtlich anerkannte Prüf-, Überwachungs- und Zertifizierungsstelle  
 Amtlich anerkannte Prüfstelle nach RAP Stra  
 Amtlich anerkannte Prüfstelle für Feuerlöschmittel und -geräte  
 DIN EN ISO/IEC 17025 DAP-PL-1137.00  
 IL/ZLS/3922-1/6/00  
 Notified Body no. 0767  
 Mitglied des Verbandes der Materialprüfungsämter e.V.



MPA Dresden GmbH · Fuchsmühlweg 6F · D-09599 Freiberg

## PRÜFUNGSZEUGNIS

Über die Prüfung einer Werkstoffprüfmaschine

E/0815_
09.04

Antragsteller ..... : TU Dresden, Institut f. Fördertechn. Baumaschinen und Log.  
 Auftrags-Nr./vom ... : / 30.09.04  
 Standort der Maschine: Labor Nöthnitzer Str. 62, 01187 Dresden  
 Bauart ..... : stehende 4 Säulen Druckprüfmaschine  
 Typ ..... : 250 kN / ZD  
 Hersteller ..... : Dyna Mess  
 Fabr.Nr. / Baujahr . : 089184 / 1998  
 Anzeigebereich ..... : 25/50/125/250 kN

Grundlage der Prüfung: DIN 51220

Prüfdatum: 30.09.04

Die Prüfmaschine entspricht DIN EN ISO 7500-1 Im angegebenen Anwendungsbereich kann sie für maßgebliche Versuche in der genannten Klasse verwendet werden.				
Anz.bereich	Anwendungsbereich von bis		Klasse	Bemerkungen
25 kN	5	25 kN	1	
50 kN	5	50 kN	1	
125 kN	13	125 kN	.5	
250 kN	25	250 kN	1	

Einzelergebnisse siehe Tabelle 3

Die Maschine wurde mit einer Prüfplakette  
 gekennzeichnet.

09599 Freiberg, den 20.10.04

Dipl.-Ing. T. Hübler  
 ( Bereichsleiter )



M. Ranke  
 Dipl.-Ing. M. Ranke  
 ( Prüflingenieur )

Das Prüfungszeugnis besteht aus 3 Seiten.  
 Gültigkeitsdauer gemäß DIN 51300 ein Jahr, soweit keine der in dieser Norm  
 genannten Einschränkungen gegeben ist.

Veröffentlichungen von Prüfungszeugnissen, auch auszugsweise, Hinweise auf Prüfungen und Verarbeitung von Zeugnisinhalten zu Werbezwecken  
 bedürfen in jedem Einzelfalle der widerruflichen schriftlichen Einwilligung der MPA Dresden GmbH

MPA Dresden GmbH  
 Fuchsmühlweg 6F  
 D-09599 Freiberg

Tel.: +49(0)3731-3 48 50  
 Fax: +49(0)3731-3 48 42  
 Internet: [www.mpa-dresden.de](http://www.mpa-dresden.de)  
 E-Mail: [info@mpa-dresden.de](mailto:info@mpa-dresden.de)

Geschäftsführer: Thomas Hübler  
 Steuernummer: 203/114/04963  
 USt-IdNr.: DE234220069  
 Amtsgericht Chemnitz HR B 21581

Stadtparkasse Dresden  
 Kto. 357850270  
 BLZ 85055142

Vorlage Zeugnis

## Anhang 56: Prüfprotokoll des Wechsellastversuchstandes, Teil 1

- 2 -

E/0815\_

09.04

1. Ergänzende Angaben zur geprüften Maschine1.1 Funktionsprinzip der Beanspruchungseinrichtung :  
*hydraulischer Arbeitskolben mit elektrischer Antriebspumpe*1.2 Funktionsprinzip der Meßeinrichtung :  
*Kraftaufnehmer*1.3 Zusatzeinrichtung :  
*keine*2. Angaben zur Durchführung der Prüfung2.1 Verwendete Meß- und Prüfgeräte : *U 5.00A-H, U 20.0A-A, DK38/35084*2.2 Besondere Angaben zur Durchführung der Prüfung :  
*keine*2.3 Besondere Angaben zur Prüfbedingung :  
*Die Prüfung wurde bei 21°C vorgenommen.  
keine weiteren*2.4 Angaben zur Justierung :  
*keine*2.5 Angaben zur Instandsetzung :  
*keine*3. Einzelergebnisse der Prüfung3.1 Allgemeine Prüfung der Maschine auf :  
*Aufstellung der Maschine**Zustand und Funktion der Maschine**Die Prüfung ergab keine Beanstandungen*

3.2 Prüfung der Meßeinrichtung

3.2.1 Anzeigebereich und Auflösungsvermögen, Tabelle 2

Anzeigebereich FN	a bei 10% von FN	a bei 20% von FN	rel. Null	Zugehörige Pendelscheiben / Kraftaufnehmer/ Kalibrierwerte
25 kN	0.4 %	0.2 %	<±.01 %	
50 kN	0.2 %	0.1 %	<±.01 %	
125 kN	< 0.1 %	< 0.1 %	<±.01 %	
250 kN	0.5 %	0.3 %	<±.01 %	

3.2.2 Prüfung der Zusatzeinrichtungen

**Anhang 57: Prüfprotokoll des Wechsellastversuchsstandes, Teil 2**

- 3 -

E/0815\_

09.04

## 4. Meßergebnisse

Tabelle 3 (Angaben in % vom Meßwert)

Anzeige- bereich F <sub>N</sub> =	Kenn- größe	Kraftstufe F <sub>A</sub> /F <sub>N</sub> bzw. F/F <sub>N</sub>									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
25 kN	q	-0.2	+0.1	+0.2	+0.1	+0.1	0.0	-0.1	-0.2	-0.2	-0.2
	b	1.8	0.3	0.1	0.1	0.2	0.2	0.4	0.4	0.5	0.4
	u	-1.7	-1.5	-1.4	-1.2	-0.9	-0.8	-0.4	-0.3	-0.1	--
	qz	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
50 kN	q	+0.8	+0.9	+0.9	+1.0	+0.9	+0.8	+0.7	+0.5	+0.6	+0.7
	b	0.9	0.6	0.6	0.7	0.7	0.5	0.6	1.0	0.4	0.4
	u	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	qz	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
125 kN	q	-0.2	+0.1	+0.1	+0.2	+0.1	+0.2	+0.2	+0.2	+0.1	+0.1
	b	0.5	0.2	0.1	0.1	0.2	0.2	0.1	0.2	0.1	0.1
	u	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	qz	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
250 kN	q	+0.6	+0.6	+0.7	+0.6	+0.4	+0.4	+0.4	+0.6	--	--
	b	0.5	0.1	0.1	0.1	0.6	0.6	0.7	0.1	--	--
	u	+0.2	+0.1	+0.1	0.0	-0.1	0.0	-0.1	--	--	--
	qz	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Anhang 58: Prüfprotokoll des Wechsellastversuchsstandes, Teil 3